

HISTOGRAMME VON BILDERN:
IN ORTS- UND ORTSFREQUENZDOMÄNE:
ANALYSEN, MESSUNGEN,
ANWENDUNGEN

von
Charlotte Thum
aus Nürnberg

Diss. Erlangen

1983

1983#474

HISTOGRAMME VON BILDERN: IN ORTS- UND ORTSFREQUENZDOMÄNE: ANALYSEN, MESSUNGEN, ANWENDUNGEN

Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
zur
Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von
Charlotte Thum
aus Nürnberg

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen
Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 21. November 1983

Vorsitzender der Promotionskommission:

Professor Dr. K. Jacobs

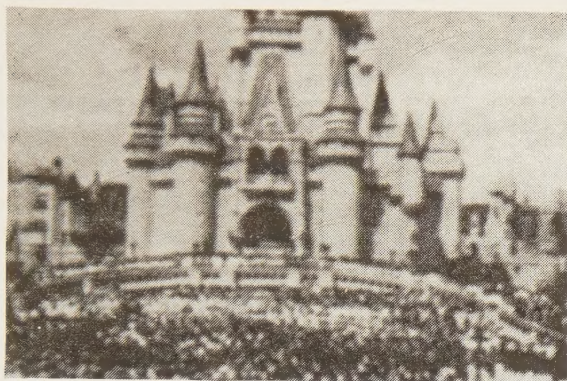
Erstberichterstatter:

Professor Dr. A. W. Lohmann

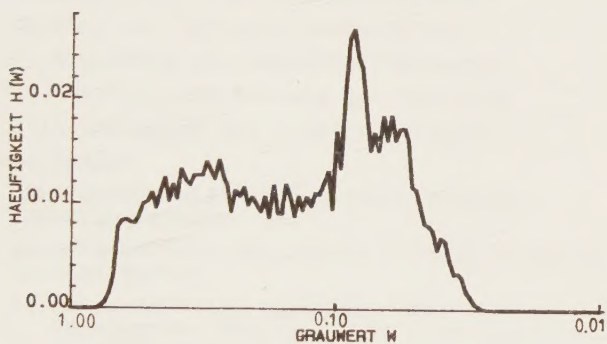
Zweitberichterstatter:

Professor Dr. O. Bryngdahl

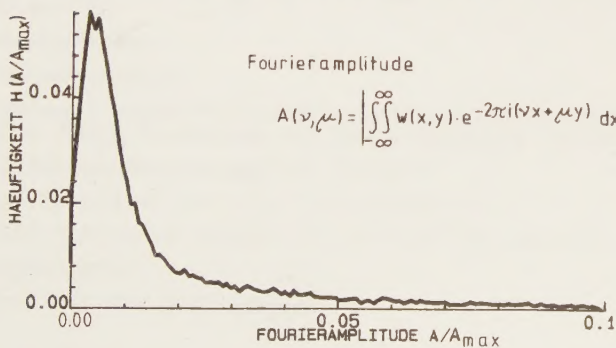
Bild mit Grauwerten $w(x,y)$



GRAUWERTHISTOGRAMM



FOURIERAMPLITUDENHISTOGRAMM



INHALTSVERZEICHNIS

Zusammenfassung	1
I Begriffsklärung und Motivation	4
II Histogramme von Bildern im Ortsraum	7
0. Plan	7
1. Allgemeine Erklärung des Begriffes "Histogramm"	8
2. Messung von Histogramm-Merkmalen und Anwendungen	13
A. Theorie	13
a) Form von Histogrammen	13
b) Messung verschiedener Merkmale von Histogrammen	16
c) Histogrammrekonstruktion aus Momenten	18
(i) für Histogramme beliebiger Form	18
(ii) für Histogramme spezieller Form	23
d) Anwendung auf Texturunterscheidung	26
e) Messung der Entropie eines Bildes	29
(i) Erklärung des Begriffes "Entropie"	29
(ii) Methode zur Messung der Entropie	32
(iii) Anwendung auf Bildfokussierung	35
B. Experimente	38
a) Experimente mit dem digitalen Bildver- arbeitungssystem	38
b) Experimente mit dem hybrid optisch-elektro- nischen System	42
(i) Rekonstruktion spezieller Histogramme und Messung der Entropie, mit Anwendung auf Bildfokussierung	42
(ii) Texturunterscheidung	47
C. Vorschlag zur optischen Messung von Histogramm- Merkmalen	50
3. Textursynthese	53
a) Texturmerkmale	53
b) Synthese einer Textur mit gegebener Autokorrela- tion durch Erzeugung von Laser-Speckles (Theorie)	55
(i) Genaue Berechnung des Filters	56
(ii) Vergleich mit digitalen Methoden	58
(iii) Einfaches Filter für geringe Genauigkeit	59
c) Experiment	60
d) Änderung des Histogramms	63

III Histogramme von Bildern in der Fourierdomäne	68
0. Plan	68
1. Histogramme der Fouriertransformierten von Bildern, mit Anwendungen	69
a) Histogramme der Fouriertransformierten von Einzelbildern in Bildsequenzen	69
b) Anwendung: Ersetzen der Einzelamplituden durch eine mittlere Fourieramplitude	73
(i) Theorie	74
(ii) Rechnersimulation	75
c) Anwendung: Zweiweg-Codierung	82
(i) Theorie der Zweiweg-Codierung	84
(ii) Optimierung der Filteramplitude	87
(iii) Rechnersimulationen	90
(iv) Vorschlag zur Filterherstellung	95
2. Verbesserung der Lichtausbeute beim kohärent-optischen "matched filter"	97
a) Darstellung des Problems	98
b) Theorie: Verbesserung der Lichtausbeute durch Phasenmaske	103
(i) Fourierspektrum und Ausgangspeak für eine allgemeine, periodische Phasenmaske	103
(ii) Spezielle Phasenmasken	108
c) Prinzip-Experiment	111
d) Form der Phasenmaske und Auswirkungen auf Lichtausbeute und Signal-zu-Rausch-Verhältnis	116
(i) Ort des Eingangsobjekts unbekannt	116
(ii) Ort des Eingangsobjekts bekannt	119
(iii) Zweidimensionale Eingangsobjekte	120
e) Vergleich dreier Methoden: Kohärent; kohärent mit Maske; inkohärent	121
IV Überblick und Ausblick	126
Anhang	128
AI. Spezielle Anhänge zu einzelnen Teilkapiteln	128
AI.1 (zu II.1.): Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit von Grauwerten in Bildern	128
AI.2 (zu II.2.A.c)): Histogramm-Rekonstruktion aus Momenten	132
a) für Histogramme beliebiger Form	132
b) für Histogramme spezieller Form	134

AI.3 (zu II.2.A.e)(i)): Genaue Definition der Entropie eines Bildes	135
AI.4 (zu II.2.B.): Beschreibung der verwendeten Geräte	139
a) Digitales Bildverarbeitungssystem	139
b) Hybride optisch-elektronische nichtlineare Komponente	140
AI.5 (zu II.3.b)): Autokorrelation und Leistungsspektrum von Laser-Speckles	142
AI.6 (zu III.1.c)(ii)): Optimierung der Filteramplitude bei der Zweiweg-Codierung, mit Rauschen im Eingang	145
AI.7 (zu III.2.a) und III.2.e)): Theorie des kohärenten und inkohärenten "matched filters"	147
AII. Kurze Einführung in die verwendeten mathematischen Hilfsmittel	152
AII.1. Fouriertransformation	152
AII.2. Fourieroptik	154
a) Lichtausbreitung durch Kugelwellen	154
b) $2f_L$ -Aufbau zur optischen Fouriertransformation	155
c) $4f_L$ -Aufbau zur spatialen Filterung	156
(i) Kohärent	156
(ii) Inkohärent	157
d) Orts-Bandbreite-Produkt und Sampling-Theorem	157
Literatur-Verzeichnis	159
Mathematische Bezeichnungen und Symbole	164
Lebenslauf	165



Digitized by the Internet Archive
in 2026

ZUSAMMENFASSUNG

Das Histogramm eines Bildes gibt die Häufigkeitsverteilung der Grauwerte im Bild an. Histogramme von Bildern sind auf vielen Gebieten nützlich, z. B. zur Bildcodierung und zur Mustererkennung. Bei solchen Anwendungen muß das Histogrammkonzept oft verallgemeinert werden: Histogramme höherer Ordnung geben die Häufigkeitsverteilung der Grauwerte oder auch der Grauwertdifferenzen von zwei oder mehr benachbarten Bildpunkten an. Solche Histogramme zeigen z. B. die Häufigkeit von Ecken und Kanten im Bild. Aus diesen Histogrammen läßt sich auch die Entropie oder der mittlere Informationsgehalt pro Bildpunkt berechnen. Diese Größe ist ein Maß für die erreichbare Datenkompression bei der Bildcodierung, wenn ohne Informationsverlust codiert wird.

Das Histogrammkonzept kann jedoch nicht nur auf Originalbilder angewendet werden, sondern auch auf transformierte Bilder: Das Histogramm der Amplituden eines fouriertransformierten Bildes läßt z. B. Aussagen darüber zu, wie gleichmäßig bzw. ungleichmäßig die Amplitudenwerte über das Fourierspektrum verteilt sind. Solche Untersuchungen sind wichtig für die Lichtausbeute bei der Herstellung von Filtern zur optischen spatialen Filterung.

Diese Arbeit befaßt sich mit Histogrammen von Bildern sowohl in der Orts- als auch in der Fourierdomäne. Dabei geht es teils direkt um die Analyse von Histogrammen, bzw. um Anwendungen dieser Analyse; teilweise werden auch Bilder im Hinblick auf vorgegebene Histogrammeigenschaften verändert bzw. synthetisiert.

Im einzelnen wird folgendermaßen vorgegangen:

Zunächst werden Grauwert-histogramme von Bildern bezüglich ihrer Form analysiert. Es werden Methoden entwickelt, mit denen verschiedene Merkmale solcher Histogramme in Fernseh-Echtzeit gemessen werden können. Für diese Echtzeit-Messungen



werden sowohl ein digitales Bildverarbeitungssystem als auch ein hybrides optisch-elektronisches System verwendet. Aus diesen Messungen werden zum einen spezielle Histogramme von Bildern rekonstruiert; zum anderen werden sie zur Unterscheidung von Texturen angewandt. Außerdem kann auf diese Weise auch die Entropie eines Bildes näherungsweise bestimmt werden. Daraus ergibt sich eine Anwendung zur Bildfokussierung.

Ein weiteres Projekt ist die Synthese von Texturen. Texturen sind durch ihr Histogramm und ihre Autokorrelation bestimmt. Zur Textursynthese werden in einem kohärent-optischen Aufbau Laserspeckles mit vorgegebener Autokorrelation erzeugt.

Außer Grauerthistogrammen der Bilder selbst werden auch Histogramme der Fourierspektren von Bildern untersucht. Aus der Tatsache, daß sich die Fourieramplituden von Bildern innerhalb einer Bildsequenz im allgemeinen nur wenig unterscheiden, ergeben sich zwei Anwendungen: Ein Beitrag zur Datenkompression bei Bildsequenzen (eine Bildsequenz ist z. B. eine Szene eines Films), sowie die Optimierung eines holografischen Filters zur Zweiweg-Codierung. Ein solches Filter wirkt als assoziativer Speicher in zwei Richtungen: Es kann jedes von zwei einander zugeordneten Bildern in das andere Bild verwandeln. So können z. B. das Bild eines Hundes und das geschriebene Wort "Hund" ineinander umgewandelt werden.

Ein weiteres Projekt zielt auf Veränderung des Histogramms im Fourierspektrum ab: Zur kohärent-optischen Zeichenerkennung kann man das bekannte "matched filter" verwenden, das maximales Signal-zu-Rausch-Verhältnis im Ausgang liefert. Ein Nachteil dieses Filters ist die geringe Lichtausbeute. Durch eine passende Maske vor dem Bild, die das Histogramm des Fourierspektrums verändert, wird eine höhere Lichtausbeute erzielt. Dabei wird das Signal-zu-Rausch-Verhältnis nicht oder nur wenig verringert.

Die Arbeit ist in mehrere Teile gegliedert, wobei in jedem Teil ein oder mehrere zusammengehörige Projekte behandelt

werden. Jedem Teil ist ein Zusammenfassung (Plan) vorangestellt; danach werden die Projekte in Theorie und Experiment (bzw. Rechnersimulation) dargestellt. Längere mathematische Herleitungen, die zum Verständnis nicht unbedingt nötig sind, werden im Anhang behandelt. Dort findet sich auch eine Beschreibung der bei den Experimenten verwendeten Geräte, sowie eine kurze Einführung in die verwendeten mathematischen Hilfsmittel, soweit sie nicht im Hauptteil behandelt werden.

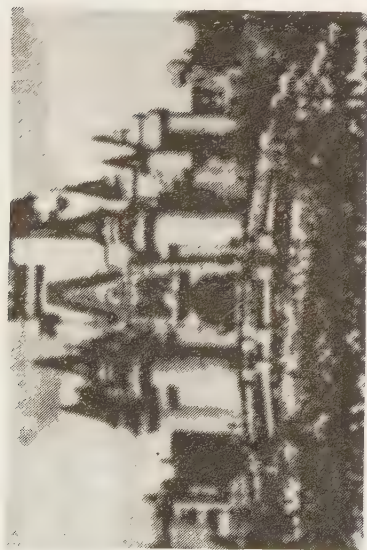
I. BEGRIFFSKLÄRUNG UND MOTIVATION

Bei dieser Arbeit geht es um den Begriff "Histogramm", der in verschiedenen Zusammenhängen betrachtet und verwendet wird. Deshalb folgt hier zunächst eine kurze Definition dieses Begriffs:

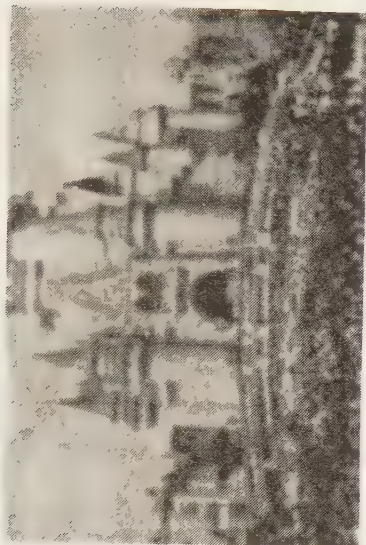
Das Histogramm eines Bildes zeigt die relative Häufigkeit der verschiedenen Grauwerte, die im Bild vorkommen. Man kann sich das so vorstellen: Teilt man ein Bild in gleichgroße (z. B. quadratische) Zellen ein, so hat jede Bildzelle einen bestimmten Grauwert (schwarz, weiß, oder verschiedene Stufen von grau). Das Histogramm gibt nun an, wie oft jeder Grauwert im Bild vorkommt. Man kann aus dem Histogramm z. B. herauslesen, wie groß die schwarzen Flächen im Bild sind im Verhältnis zur Gesamtfläche des Bildes. Fig.1 zeigt ein Beispiel: In einem "hart" fotografierten Bild sind die Grauwerte w über einen weiten Bereich verteilt, es kommen auch viele "weiße" Werte ($w \approx 0$) und "schwarze" Werte ($w \approx 1$) vor (Fig.1a,b). In einem "weich" fotografierten Bild ist das Histogramm auf einen engen Bereich mittlerer Grautöne konzentriert (Fig.1c,d).

Natürlich ist nicht alles ganz so einfach: Man kann den Begriff "Histogramm" auch verallgemeinern, z. B. wenn Grauwert-häufigkeiten mehrerer benachbarter Bildpunkte betrachtet werden. Dies wird später ausführlicher erklärt (siehe II.1.).

Was kann man nun mit Histogrammen von Bildern anfangen ? Histogramme sind z. B. nützlich für die Bildfokussierung: In scharf eingestellten (fokussierten) Bildern gibt es viele scharfe Kanten (Grauwertübergänge bei benachbarten Bildpunkten von dunkel nach hell und umgekehrt). In unscharfen (defokussierten) Bildern sind dagegen die Kanten verwaschen, es gibt wenig scharfe Übergänge. Mißt man nun Histogramme, die die Häufigkeit von "scharfen Kanten" zeigen, so kann man daran erkennen, wann ein Bild fokussiert ist (z. B. im Mikroskop). Ein weiteres Anwendungsgebiet von Histogrammen ist die Unterscheidung von verschiedenen Texturen in einem Bild (z.B. Feld,



a)



c)

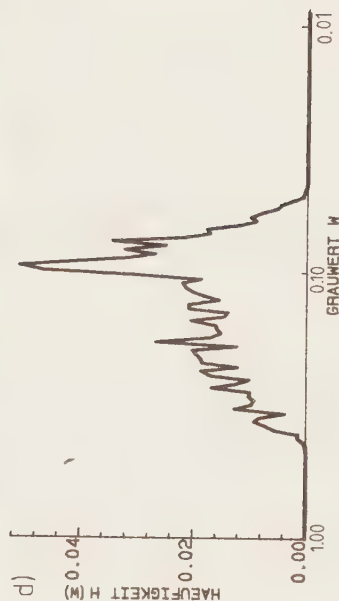


Fig.1: a) "hart" fotografiertes Bild, b) Histogramm zu a),
c) "weich" fotografiertes Bild, d) Histogramm zu c).

Wiese, Wald, ...).

Man kann auch Bilder transformieren und Histogramme des transformierten Bildes betrachten. Wird z. B. ein Bild fouriertransformiert, so zeigt das Histogramm der Fourieramplituden, wie oft bestimmte Amplitudenwerte im Fourierspektrum vorkommen. Daraus kann man auch ersehen, ob die Amplitudenwerte gleichmäßig über das Spektrum verteilt sind, oder ob irgendwo ein hoher "Peak" und ansonsten nur sehr kleine Werte auftreten. Dies ist z. B. wichtig für die Lichtausbeute bei der optischen Fourier-Holografie, wobei im Fourierspektrum mit einer Maske gefiltert wird.

Hier wurden nur einige Anwendungen von Histogrammen umrissen; in dieser Arbeit sind diese und einige weitere Anwendungen zu finden. Jedenfalls sollte hier gezeigt werden, daß es nützlich ist, Histogramme von Bildern zu messen, und daß diese Messungen auf einige interessante Probleme angewendet werden können.

II. HISTOGRAMME VON BILDERN IM ORTSRAUM

II.0. Plan

In diesem Kapitel werden Histogramme von Bildern in Ortsdarstellung behandelt, d. h. es geht um die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Grauwerte in Bildern.

Im Abschnitt 1. wird zunächst der Begriff "Histogramm" in seiner allgemeinen Form erklärt. Zum einen werden dabei Grauwertverteilungen mehrerer benachbarter Bildpunkte betrachtet; andererseits werden außer Bildern mit diskreten Graustufen auch Bilder mit kontinuierlichen Grauwerten behandelt.

Im Abschnitt 2. werden dann Methoden entwickelt, mit denen bestimmte Merkmale (z. B. Momente) von Histogrammen gemessen werden können.

Im Teilabschnitt 2.A. werden solche Methoden und ihre Anwendungen theoretisch erläutert: Merkmale von Histogrammen werden einerseits dazu verwendet, um Histogramme von Bildern zu rekonstruieren. Andererseits werden Histogramm-Merkmale auch direkt gebraucht, z. B. um verschiedene Texturen in einem Bild zu unterscheiden. Als weitere direkte Anwendung wird gezeigt, wie man näherungsweise die "Entropie" eines Bildes, d. h. den mittleren Informationsgehalt pro Bildpunkt, bestimmen kann. Daraus ergibt sich eine Anwendung zur Bildfokussierung.

Nach der theoretischen Behandlung werden im Teilabschnitt 2.B. experimentelle Aufbauten gezeigt, mit denen Merkmale von Histogrammen gemessen werden können. Dabei handelt es sich zum einen um ein digitales Bildverarbeitungssystem mit Bildspeicher, zum anderen um ein hybrides optisch-elektronisches System. Mit beiden Systemen werden Merkmale von Histogrammen in Fernseh-Echtzeit gemessen. Damit werden die in 2.A. theoretisch behandelten Methoden auch experimentell untersucht.

Im Teilabschnitt 2.C. wird ein Vorschlag zur rein optischen Messung von Histogramm-Merkmalen gemacht.

Im Abschnitt 3. wird der Spieß umgedreht: Jetzt sind bestimmte statistische Eigenschaften gefordert, aus denen eine Textur mit diesen Eigenschaften synthetisiert werden soll. Eine solche Synthese kann näherungsweise optisch durch Filterung von Laser-Speckles durchgeführt werden. Theorie und experimentelle Ergebnisse werden gezeigt.

II.1. Allgemeine Erklärung des Begriffes "Histogramm" (Papo-65, Bril-62, Gall-68)

Das Histogramm einer diskreten Funktion $y=f(x)$ zeigt die relative Häufigkeit, mit der die einzelnen Funktionswerte y_k aus dem Wertebereich auftreten, wenn die Variable x den gesamten Definitionsbereich durchläuft.

Den Begriff "Histogramm" wollen wir hier auf Grautonbilder anwenden. Dazu wird ein Bild in gleichgroße (z. B. quadratische) Zellen eingeteilt, die regelmäßig angeordnet sind. Der Grauwert einer Bildzelle ist gegeben durch die Intensitätstransmission der Zelle (für Bilder auf Film, z.B. Dias) bzw. durch ihr Absorptionsvermögen (für Papierbilder). Das gesamte Bild wird durch die Grauwerte $w(x,y)$ der einzelnen Bildzellen (auch manchmal "Bildpunkte" genannt) beschrieben; dabei sind x und y die Mittelpunktskoordinaten der Bildzellen. Statt durch Grauwerte w kann man ein Bild auch durch optische Dichten D beschreiben. Zwischen w und D gilt die Beziehung: $w=10^{-D}$. In allen folgenden Erklärungen kann man statt der Grauwerte w auch die optischen Dichten D einsetzen.

Das Histogramm eines Bildes mit diskreten Grauwerten zeigt dann die relative Häufigkeit p_k der einzelnen Grauwerte w_k im Bild, z. B. die Häufigkeit der Werte "schwarz" ($w_k=0$) oder "weiß" ($w_k=1$). Die relative Häufigkeit p_k ist gegeben durch die Anzahl N_k der Bildzellen mit dem Grauwert w_k , normiert auf die Gesamtzahl N

der Zellen im Bild: $p_k = N_k/N$. Unter gewissen Voraussetzungen ("Stationarität" und "Ergodizität", siehe AI.1) ist dies zugleich die Wahrscheinlichkeit, daß der Grauwert einer beliebigen Bildzelle den Wert w_k hat. Im folgenden werden die Begriffe "Grauwertnäufigkeit" und "Grauwertwahrscheinlichkeit" oft gleichgesetzt. Welche Voraussetzungen dabei gemacht werden müssen, wird im Anhang (AI.1) beschrieben.

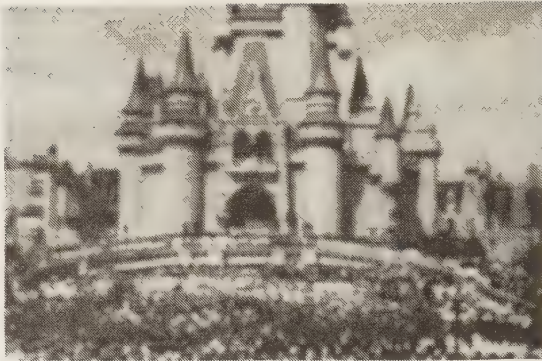
Bisher wurden nur Bilder mit diskreten Grauwerten betrachtet. Jetzt wollen wir auch zu Bildern übergehen, bei denen die Grauwerte der einzelnen Bildzellen kontinuierlich variieren können. Die Größe der Bildzellen soll sich dabei nicht ändern im Vergleich zum diskreten Fall; allerdings wird das Bild jetzt als "unendlich ausgedehnt" angenommen (siehe AI.1). Im Fall kontinuierlicher Grauwerte w zeigt das Histogramm die Wahrscheinlichkeitsdichte $h_1(w)$. Dabei ist $h_1(w)dw$ die Wahrscheinlichkeit, daß der Grauwert einer Bildzelle im Intervall $[w, w+dw]$ liegt. Auch diskrete Wahrscheinlichkeiten p_k können mit Hilfe einer kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsdichte beschrieben werden:

$$h_1(w) = \sum_k p_k \cdot \delta(w - w_k).$$

Das soeben beschriebene Histogramm $h_1(w)$ wird Histogramm erster Ordnung eines Bildes genannt (Fig. 2a, b).

Das Histogrammkonzept kann auch auf höhere Ordnungen (mehrere Dimensionen) erweitert werden. Dabei werden die Grauwertwahrscheinlichkeiten mehrerer Bildpunkte betrachtet, die in einer bestimmten Weise im Bild angeordnet sind, z.B. eine Gruppe mehrerer benachbarter Bildpunkte. Als Beispiel soll hier eine Anordnung von zwei in x-Richtung benachbarter Bildpunkten dienen (Fig. 3a). Das Histogramm zweiter Ordnung zeigt dann die Wahrscheinlichkeit p_{k_1} , daß der erste Bildpunkt in dieser Anordnung den Grauwert w_k und gleichzeitig der zweite Bildpunkt den Grauwert w_l hat (z.B. Häufigkeit der Kombinationen "schwarz, schwarz" ($w_k=0, w_l=0$) oder "schwarz, weiß" ($w_k=0, w_l=1$)). Im Fall kontinuierlicher Grauwerte zeigt das Histogramm $h_2(w, \bar{w})$ die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsdichten (Fig. 3b); dabei ist w der Grauwert des ersten und $\bar{w}$ der Grauwert des zweiten

a)



b)

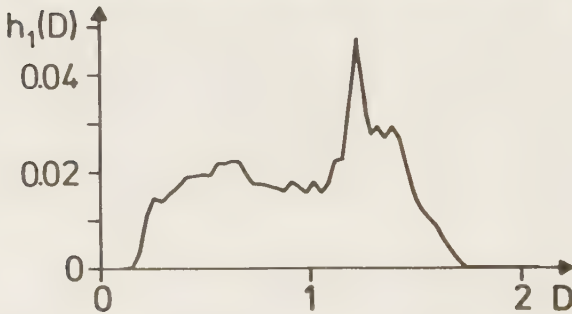


Fig. 2: a) Originalbild, b) Histogramm erster Ordnung
(Grauwert $w=10^{-D}$)

Bildpunkts in der Anordnung von Fig. 3a. Betrachtet man eine Anordnung von n Bildpunkten, so zeigt das Histogramm n -ter Ordnung die Wahrscheinlichkeiten (bzw. Wahrscheinlichkeitsdichten) aller möglichen Kombinationen von Grauwerten der n Bildpunkte.

Aus einem Histogramm höherer Ordnung können Histogramme niedrigerer Ordnung berechnet werden. So läßt sich z.B. aus der Wahrscheinlichkeit zweiter Ordnung p_{k1} für die Grauwerte w_k, w_1 zweier benachbarter Bildpunkte die Wahrscheinlichkeit erster Ordnung p_k für einen Bildpunkt mit dem Grauwert w_k bestimmen, indem man p_{k1} über alle möglichen Grauwerte w_1 des zweiten

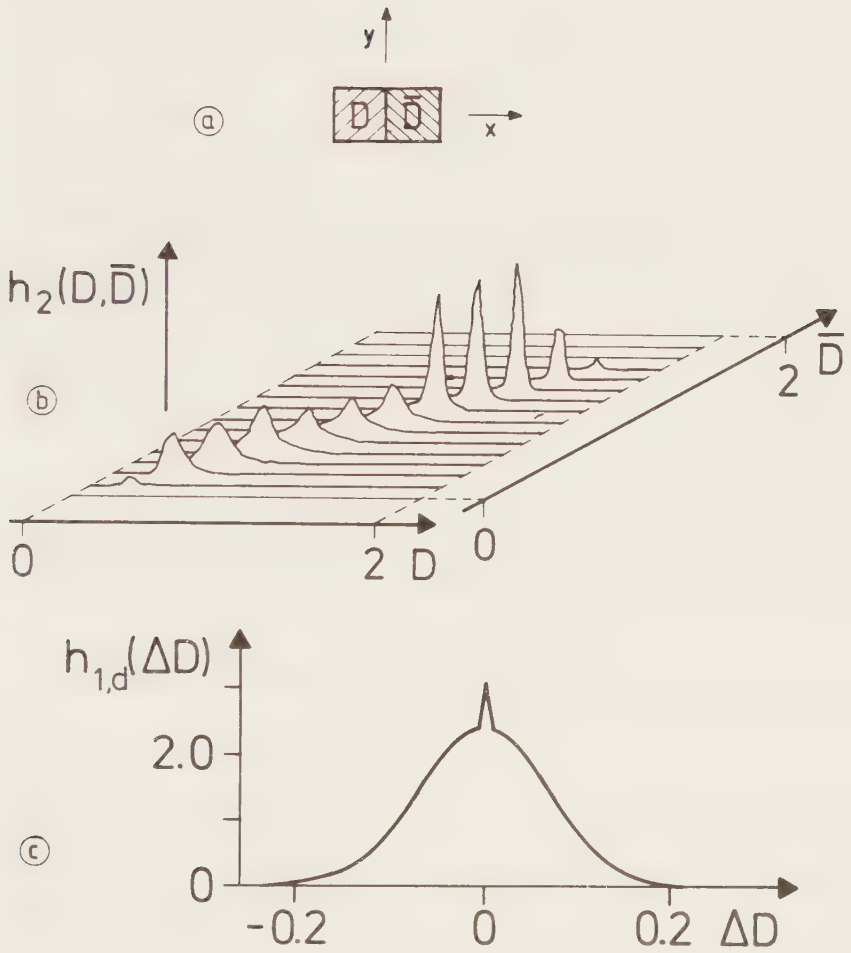


Fig. 3: a) Anordnung zweier in x-Richtung benachbarter Bildpunkte mit den Dichtewerten $D, \bar{D}$, b) Histogramm zweiter Ordnung, c) Histogramm erster Ordnung des differenzierten Bildes
(Grauwert $w=10^{-D}$, statt Grauwertdifferenzen werden in c) Dichtedifferenzen gezeigt)

Bildpunkts summiert:

$$p_k = \sum_1 p_{k1}.$$

Analog gilt im kontinuierlichen Fall:

$$h_1(w) = \int h_2(w, \bar{w}) d\bar{w}.$$

Statt allgemeiner Histogramme höherer Ordnung ist es manchmal auch sinnvoll, bedingte Histogramme höherer Ordnung zu betrachten. In einer Anordnung von n Bildpunkten zeigt das bedingte Histogramm n -ter Ordnung die Wahrscheinlichkeiten der Grauwerte des letzten (n -ten) Bildpunkts, wenn die Grauwerte aller vorhergehenden $n-1$ Bildpunkte schon bekannt sind. Für eine Anordnung wie in Fig.3a zeigt das bedingte Histogramm zweiter Ordnung die Wahrscheinlichkeit $p_{1|k}$ dafür, daß der Grauwert des zweiten Bildpunkts w_1 ist, unter der Voraussetzung, daß der erste Bildpunkt den Grauwert w_k hat. Zwischen der allgemeinen und der bedingten Wahrscheinlichkeit zweiter Ordnung gilt die Beziehung:

$$p_{1|k} = p_{k1}/p_k.$$

Analog kann man im kontinuierlichen Fall eine bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte $h_2(\bar{w}|w)$ definieren:

$$h_2(\bar{w}|w) = h_2(w, \bar{w})/h_1(w).$$

Wären die Grauwerte zweier benachbarter Bildpunkte statistisch unabhängig, so wäre $p_{1|k} = p_1$ (bzw. $h_2(\bar{w}|w) = h_1(w)$), d.h. der Grauwert des zweiten Bildpunkts hänge nicht vom Grauwert des ersten Bildpunkts ab. In den meisten Bildern sind jedoch die Grauwerte benachbarter Bildpunkte voneinander abhängig (ist z.B. der erste Bildpunkt schwarz ($w_k=0$), so ist es im allgemeinen wahrscheinlich, daß der zweite Bildpunkt ebenfalls schwarz ist ($w_1=0$); die Wahrscheinlichkeit der Grauwertkombination "schwarz, schwarz" ist größer als die Wahrscheinlichkeit der Kombination "schwarz, weiß"). Deshalb ist es sinnvoll, bedingte Histogramme höherer Ordnung zu betrachten.

Statt Histogrammen des Bildes selbst können auch Histogramme des differenzierten Bildes gemessen werden. Das (in x-Richtung) "differenzierte Bild" gibt die Grauwertdifferenzen $\Delta w(x,y)$ je zweier in x-Richtung benachbarter Bildpunkte an. Das Histogramm erster Ordnung $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes zeigt die Wahrscheinlichkeiten (bzw. Wahrscheinlichkeitsdichten) der Grauwertdifferenzen zweier benachbarter Bildpunkte (Fig.3c). Dieses Histogramm zeigt z.B. die Häufigkeit von "Kanten" im Bild (Grauwertübergänge von "schwarz" nach "weiß" oder umgekehrt, d. h. für $\Delta w = \pm 1$). Das Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$ kann aus dem Histogramm zweiter Ordnung $h_2(w, \bar{w})$ des Bildes berechnet werden, indem über alle Grauwertkombinationen $(w, \bar{w})$ zweier benachbarter Bildpunkte integriert wird, die die gleiche Differenz $\Delta w = w - \bar{w}$ haben:

$$h_{1,d}(\Delta w) = \iint_{(w-\bar{w}=\Delta w)} h_2(w, \bar{w}) \, dw \, d\bar{w}.$$

Auch Histogramme des differenzierten Bildes können auf höhere Ordnungen erweitert werden. In dieser Arbeit werden jedoch für differenzierte Bilder nur Histogramme erster Ordnung betrachtet.

II.2. Messung von Histogramm-Merkmalen und Anwendungen

II.2.A. Theorie

In diesem Teillausschnitt wird zunächst die Form von Histogrammen theoretisch untersucht. Es wird gezeigt, wie man verschiedene Merkmale von Histogrammen bestimmen kann. Danach werden einige Anwendungen der Messung solcher Merkmale beschrieben; Rekonstruktion von Histogrammen, Texturunterscheidung, Messung der Entropie eines Bildes mit Anwendung auf Bildfokussierung (Thum-83a).

II.2.A.a) Form von Histogrammen

Zuerst wurde die Form verschiedener Histogramme untersucht. Histogramme erster Ordnung von Bildern können im allgemeinen sehr verschiedene Form haben. Solche Histogramme können bei natür-

lichen Bildern auch verändert werden, ohne daß sich der Bildeindruck für den Betrachter wesentlich ändert (Mai-Fau-78). Histogramme erster Ordnung sind also für den Betrachter eines Bildes in vielen Fällen nicht sehr aussagekräftig (Ausnahmen: z. B. Röntgenbilder; bestimmte Texturen).

Wesentlich wichtiger für den Bildeindruck ist die Häufigkeit von Grauwertübergängen zwischen benachbarten Bildpunkten (z.B. Kanten im Bild). Solche Grauwertübergänge werden z. B. im Histogramm zweiter Ordnung beschrieben. Dieses Histogramm sieht für die meisten natürlichen Grautonbilder ziemlich ähnlich aus und kann folgendermaßen beschrieben werden:

Das Histogramm $h_2(w, \bar{w})$ gibt die Wahrscheinlichkeiten der Grauwerte $w, \bar{w}$ zweier benachbarter Bildpunkte an (Fig. 4a). Nach einer Koordinatentransformation in die Grauwertsumme $w_+ = w + \bar{w}$ und die Grauwertdifferenz $\Delta w = w - \bar{w}$ der zwei benachbarten Bildpunkte erhält man das Histogramm $h'_2(w_+, \Delta w)$ (Fig. 4b) (Zur Normierung müßten w_+ und Δw noch einen Faktor $1/\sqrt{2}$ erhalten, der aber im weiteren weggelassen wird). Für jeden festen Wert von w_+ läßt sich das Histogramm $h'_2(w_+, \Delta w)$ grob durch eine Gaußfunktion annähern, die in $\Delta w = 0$ ihr Zentrum hat (siehe auch Mait-77). Da aber die Funktion im allgemeinen für kleine Δw schmaler und für große Δw breiter ist, als sie durch eine Gaußfunktion beschrieben werden könnte, wird sie im folgenden durch eine Summe zweier Gaußfunktionen angenähert, von denen die eine breit, die andere schmal ist:

$$h'_2(w_+, \Delta w) \approx \sum_k \delta(w_+ - w_k) \cdot (a_{1k} \cdot e^{-\Delta w^2/b_{1k}^2} + a_{2k} \cdot e^{-\Delta w^2/b_{2k}^2}) \quad (\text{GII.1})$$

Eine ähnliche Näherung läßt sich für das Histogramm erster Ordnung $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes angeben (Fig. 3c):

$$h_{1,d}(\Delta w) \approx a_1 \cdot e^{-\Delta w^2/b_1^2} + a_2 \cdot e^{-\Delta w^2/b_2^2}. \quad (\text{GII.2})$$

$h_{1,d}(\Delta w)$ läßt sich übrigens aus $h'_2(w_+, \Delta w)$ berechnen:

$$h_{1,d}(\Delta w) = \int h'_2(w_+, \Delta w) dw_+.$$

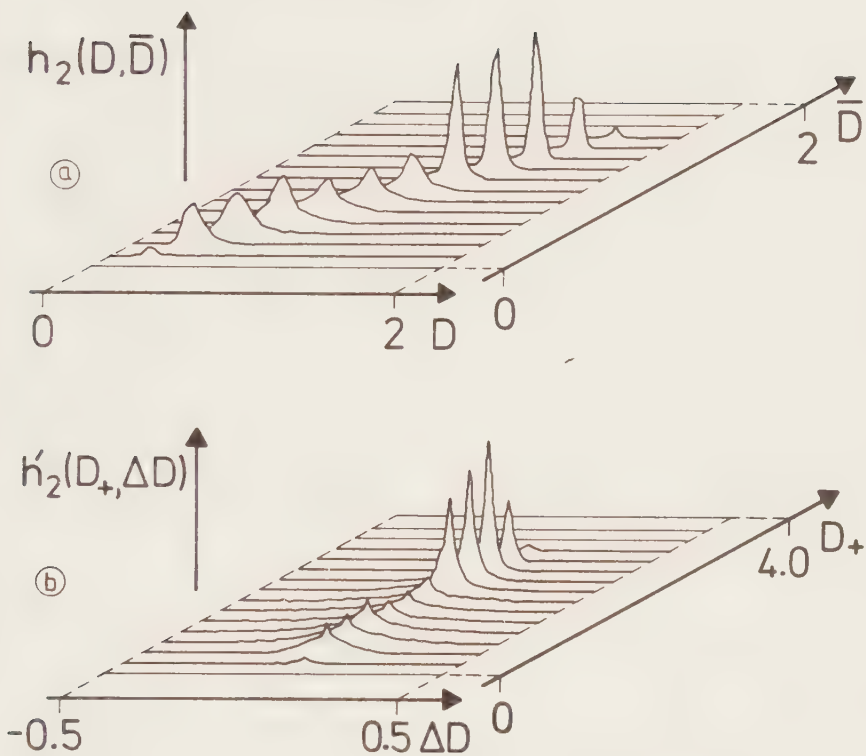


Fig. 4: a) Histogramm zweiter Ordnung $h_2(D, \bar{D})$,
 b) $h'_2(D_+, \Delta D)$ mit $D_+ = D + \bar{D}$, $\Delta D = D - \bar{D}$
 (Grauwert $w = 10^{-D}$; statt Grauwertsummen und -Differenzen werden hier Dichtesummen und -Differenzen gezeigt)

In manchen Fällen, wenn keine große Genauigkeit gefordert ist (siehe II.2.A.e): Entropie und Bildfokussierung), genügt sogar die Näherung durch eine Gaußfunktion (Mait-77, Esto-69). Beispiele für solche angenäherten Histogramme werden später gezeigt.

Die spezielle Form dieser Histogramme läßt sich etwa so deuten: Benachbarte Bildpunkte haben in natürlichen Grautonbildern sehr oft gleiche oder nur wenig verschiedene Grauwerte; deshalb ist die Wahrscheinlichkeit für $\Delta w \approx 0$ sehr groß. Scharfe Kanten (große Grauwertübergänge mit $|\Delta w| \gg 0$) treten sehr viel seltener auf; deshalb fällt das Histogramm für größere Δw relativ schnell zu kleinen Wahrscheinlichkeiten ab. Ausnahmen von dieser Regel bilden z. B. binäre Bilder (Schwarz-Weiß-Bilder ohne graue Zwischentöne); da dort im differenzierten Bild nur die Werte $\Delta w = -1, 0$, oder 1 vorkommen, hat das Histogramm $h_{1,q}(\Delta w)$ keine Gaußform (siehe auch II.2.A.e)(iii)).

Da die Näherungen (GII.1) und (GII.2) relativ wenige Unbekannte enthalten, erlauben sie es, Histogramme aus wenigen Messungen näherungsweise zu rekonstruieren. Dies wird in den nächsten Abschnitten erläutert.

II.2.A.b) Messung verschiedener Merkmale von Histogrammen

Man kann Histogramme von Bildern dadurch messen, daß die Grauwerte aller Bildpunkte lokal abgetastet und gezählt werden. Hier wird ein anderer Weg gewählt: Es sollen globale Merkmale von Histogrammen direkt gemessen werden. Diese Merkmale kann man u.a. dazu verwenden, um Histogramme zu rekonstruieren. Die hier benutzte Methode zur Messung globaler Histogramm-Merkmale wird im folgenden für Histogramme erster Ordnung $h_1(w)$ erklärt. Sie kann leicht auf Histogramme höherer Ordnung erweitert werden. Wir gehen von folgender Gleichung aus:

$$\underbrace{\iint}_{\text{(ganzes Bild)}} f[w(x,y)] \, dx \, dy = K \cdot \int_0^1 f(w) \cdot h_1(w) \, dw = K \cdot \bar{f}. \quad (\text{GII.3})$$

Das bedeutet: Wir transformieren ein Bild $w(x,y)$ punktweise durch eine beliebige (auch nichtlineare) Funktion $f(w)$ und integrieren über die gesamte Bildfläche. Da jeder Grauwert aus dem Intervall $[w...w+dw]$ im Bild mit der Häufigkeit $h_1(w)dw$ auftritt, ist der Beitrag von allen Bildpunkten mit diesem Grauwert zum linken Integral proportional zu $f(w) \cdot h_1(w)dw$. Der Wert des Integrals auf der linken Seite ist also proportional zum Integral über $f(w)$, gewichtet mit der Histogrammfunktion $h_1(w)$, über alle Grauwerte w . Man kann daher verschiedene Merkmale $\bar{f}$ des Histogramms $h_1(w)$ erzeugen, indem man das Bild $w(x,y)$ punktweise mit verschiedenen Funktionen $f(w)$ transformiert, darüber integriert und normiert. Einige Beispiele sind in Tabelle 1 angegeben.

$f(w)$	Histogramm-Merkmal $\bar{f}$
$\delta(w-w_0)$	$\int \delta(w-w_0) \cdot h_1(w)dw = h_1(w_0)$ Histogramm bei $w=w_0$
w^n	$\int w^n \cdot h_1(w)dw = M_n$ n-tes Moment von $h_1(w)$
$e^{-2\pi i \alpha w}$	$\int e^{-2\pi i \alpha w} \cdot h_1(w)dw = \tilde{h}_1(\alpha)$ Fouriertransformierte von $h_1(w)$ ("charakteristische Funktion") an der Stelle α

Tabelle 1: Mit Hilfe von (GII.3) meßbare Histogramm-Merkmale

Zur Normierung kann man eine Beziehung verwenden, die sich aus der Definition von Histogrammen herleitet (siehe II.1. und Brill-62):

$$\int h_1(w)dw=1.$$

Dieses Integral erhält man, wenn man in (GII.3) $f(w)=1$ setzt. Die Normierungskonstante K ist dann die gesamte Bildfläche (bzw. die Anzahl der Bildzellen):

$$\iint_{\text{(ganzes Bild)}} dx dy = K.$$

Für diskrete Grauwerte müssen die Integrale durch die entsprechenden Summen ersetzt werden.

II.2.A.c) Histogrammrekonstruktion aus Momenten

Es gibt mehrere Möglichkeiten, mit Hilfe von (GII.3) Merkmale von Histogrammen zu messen und daraus die Histogramme selbst zu rekonstruieren. Histogramme können direkt gemessen werden, indem $f(w) = \delta(w - w_0)$ gewählt wird; man erhält dann das Histogramm an der Stelle w_0 nach Tabelle 1. Wiederholt man die Prozedur für verschiedene w_0 , so kann man das Histogramm sequentiell "abtasten". Eine andere Möglichkeit besteht darin, mit $f(w) = e^{-2\pi i \alpha w}$ nach Tabelle 1 die Fouriertransformierte $\tilde{h}_1(\alpha)$ für verschiedene α auszumessen. Durch inverse Fouriertransformation kann man daraus das Histogramm $h_1(w)$ rekonstruieren. Für genaue Messungen muß jedoch das Histogramm bzw. seine Fouriertransformierte in vielen feinen Schritten abgetastet werden.

Hier wurde eine andere Möglichkeit gewählt: Es werden Momente von Histogrammen gemessen mit dem Ziel, aus möglichst wenigen, nicht allzu genauen Messungen Histogramme näherungsweise rekonstruieren zu können.

II.2.A.c)(i) Histogrammkonstruktion aus Momenten für Histogramme beliebiger Form

Zunächst wurde untersucht, wie man Histogramme erster Ordnung aus ihren Momenten rekonstruieren kann. Histogramme erster Ordnung können sehr verschiedene Form haben (siehe II.2.A.a)). Es gibt mehrere Möglichkeiten, Momente zu bestimmen und daraus Histogramme zu rekonstruieren:

Man kann die natürlichen Momente M_n eines Histogramms $h_1(w)$ bestimmen für $n=0$ bis zu einer oberen Grenze N :

$$M_n = \int w^n \cdot h_1(w) dw. \quad (\text{GII.4})$$

Aus diesen Momenten läßt sich das Histogramm auf verschiedene Weise rekonstruieren (siehe AI.2):

Zum einen bestimmen die Momente M_n die Koeffizienten der Taylorreihe der Fouriertransformierten $\tilde{h}_1(\alpha)$ von $h_1(w)$. $\tilde{h}_1(\alpha)$ wird auch "charakteristische Funktion" genannt. Um die charakteristische Funktion aus ihrer Taylorreihe gut rekonstruieren und daraus $h_1(w)$ berechnen zu können, müssen jedoch sehr viele Momente M_n sehr genau gemessen werden.

Eine andere Möglichkeit ist das "moment matching" (Teag-80). Das Histogramm wird als Polynomreihe mit den Basisfunktionen $f_n(w) = w^n$ dargestellt. Die Koeffizienten der Reihe werden so berechnet, daß die Polynomreihe genau die vorgegebenen Momente M_n hat. Gibt man $(N+1)$ Momente M_n vor, so ist für die Berechnung der Koeffizienten jedoch die Inversion einer zweidimensionalen Matrix der Größe $N \times N$ notwendig. Ändert man die Anzahl N der vorgegebenen Momente, so ändern sich auch alle Koeffizienten (siehe AI.2). Diese Nachteile kann man vermeiden, indem man statt der Basisfunktionen $f_n(w) = w^n$ für die natürlichen Momente (GII.4), orthogonale Basisfunktionen wählt, z. B. Legendre-Polynome $L_n(w)$, mit bekannten Koeffizienten (Abra-72):

$$L_n(w) = \sum_{m=0}^n \beta_m \cdot w^m. \quad (\text{GII.5})$$

Für diese Polynome gilt:

$$\int L_n(w) \cdot L_{\bar{n}}(w) \, dw = \lambda_n \cdot \delta_{n\bar{n}} = 2/(2n+1) \cdot \delta_{n\bar{n}}. \quad (\text{GII.6})$$

Man berechnet analog zu (GII.4) Legendre-Momente M'_n :

$$M'_n = \int L_n(w) \cdot h_1(w) \, dw \stackrel{(\text{GII.5})}{=} \sum_{m=0}^n \beta_m \cdot M_m. \quad (\text{GII.7})$$

Hat man $(N+1)$ Momente M'_n gemessen, so setzt man $h_1(w)$ als Legendre-Polynomreihe N -ter Ordnung an:

$$h_1(w) = \sum_{n=0}^N b'_n \cdot L_n(w). \quad (\text{GII.8})$$

Aus den Momenten M'_n lassen sich dann leicht die Koeffizienten b'_n berechnen:

$$M'_n \stackrel{(GII.7)}{=} \int L_n(w) \cdot h_1(w) dw \stackrel{(GII.8)}{=} \sum_{\bar{n}} b'_n \cdot \int L_n(w) \cdot L_{\bar{n}}(w) dw =$$

$$\stackrel{(GII.6)}{=} b'_n \cdot \lambda_n = b'_n \cdot 2/(2n+1).$$

Also gilt für die Koeffizienten:

$$b'_n = (2n+1)/2 \cdot M'_n.$$

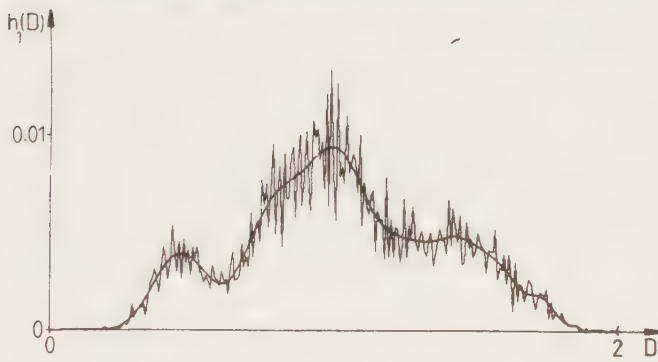
Diese Methode wurde im Rechner getestet: Ein Bild wurde mit einer Fernsehkamera aufgenommen, im Rechner gespeichert, und das Histogramm wurde durch punktweises Abzählen bestimmt. Aus dem Histogramm wurden die Legendre-Momente berechnet und das Histogramm daraus rekonstruiert. Um das Histogramm erster Ordnung eines Bildes zu rekonstruieren, waren ca. 40 - 50 Legendre-Momente erforderlich (Fig.5a,b). Die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler beträgt ca. 7 % vom Mittelwert. Die Grobstruktur des Histogramms wird sehr gut rekonstruiert; feinere Strukturen, die hauptsächlich vom Kamerarauschen herühren, werden geglättet. Auf die gleiche Weise wurden auch Histogramme zweiter Ordnung aus Legendre-Momenten rekonstruiert. Mit 30 x 30 Momenten wurde dabei eine recht gute Rekonstruktionsgenauigkeit erreicht (Fig.5d,e). Legendre-Polynome als Basisfunktionen scheinen für diese Methode recht gut geeignet zu sein. Wir versuchten es auch mit orthogonalen Chebyshev-Polynomen (Abr-Ste-72), erhielten aber innerhalb der Rechengenauigkeit selbst mit doppelter Präzision (ca. 16 Dezimalstellen) keine guten Ergebnisse.

Ein großer Nachteil dieser Methode ist, daß sehr viele Momente mit sehr hoher Genauigkeit gemessen werden müssen. Vor allem höhere Momente M_n (für große n) müssen sehr genau gemessen werden: In Fig. 5c hatte das zehnte Moment M_{10} von 40 Momenten eine relative Abweichung von $10^{-8}\%$ vom wahren Wert. Die Rekonstruktion läßt die ursprüngliche Struktur des Histogramms kaum mehr erkennen.

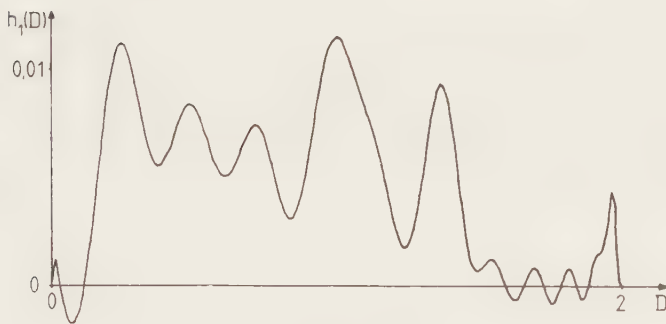
(a)



(b)



(c)



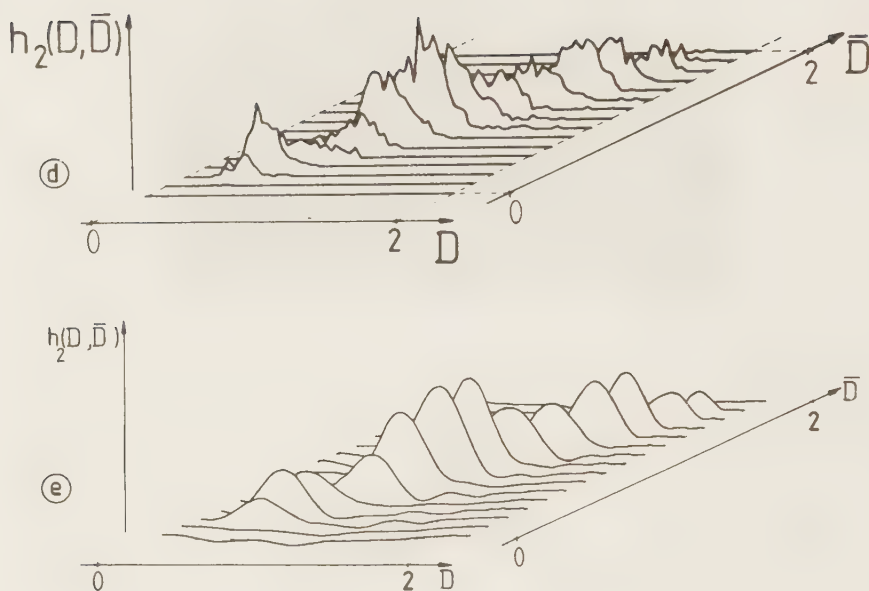


Fig. 5: a) Originalbild, b) Histogramm erster Ordnung $h_1(D)$ (—genaue Werte, —rekonstruiert aus 40 Legendre-Momenten), c) $h_1(D)$, rekonstruiert aus 40 Legendre-Momenten mit $10^{-8}\%$ Fehler im 10. Moment, d) Histogramm zweiter Ordnung $h_2(D, \bar{D})$, e) $h_2(D, \bar{D})$, rekonstruiert aus 30x30 Legendre-Momenten

II.2.A.c)(ii) Histogrammrekonstruktion aus Momenten für Histogramme spezieller Form

Wie im vorigen Teilabschnitt gezeigt wurde, muß man sehr viele Momente mit hoher Genauigkeit messen, um ein Histogramm beliebiger Form rekonstruieren zu können. Bei den meisten natürlichen Bildern kann man jedoch spezielle Histogramme (z.B. das Histogramm 2. Ordnung sowie das Histogramm 1. Ordnung des differenzierten Bildes) durch mehrere Gaußfunktionen mit relativ wenigen Variablen annähern (siehe II.2.A.a). Deshalb können solche Histogramme auch aus relativ wenigen Meßwerten, z.B. Momenten, rekonstruiert werden. Das wird im folgenden gezeigt:

Als Beispiel wird das Histogramm erster Ordnung $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes betrachtet. Dieses Histogramm wollen wir durch eine Summe zweier Gaußfunktionen annähern:

$$h_{1,d}(\Delta w) \approx a_1 \cdot e^{-\Delta w^2/b_1^2} + a_2 \cdot e^{-\Delta w^2/b_2^2} \quad (\text{GII.2})$$

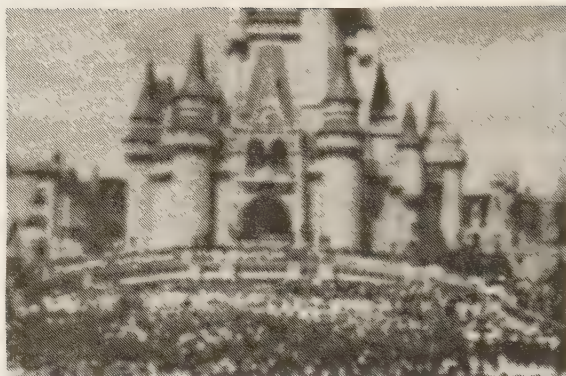
Da das Histogramm im allgemeinen recht gut symmetrisch um $\Delta w = 0$ ist, sind ungerade Momente M_n nach (GII.4) ungefähr gleich Null. Deshalb definieren wir eine etwas andere Art von Momenten:

$$\bar{M}_n = \int |\Delta w|^n \cdot h_{1,d}(\Delta w) d\Delta w. \quad (\text{GII.9})$$

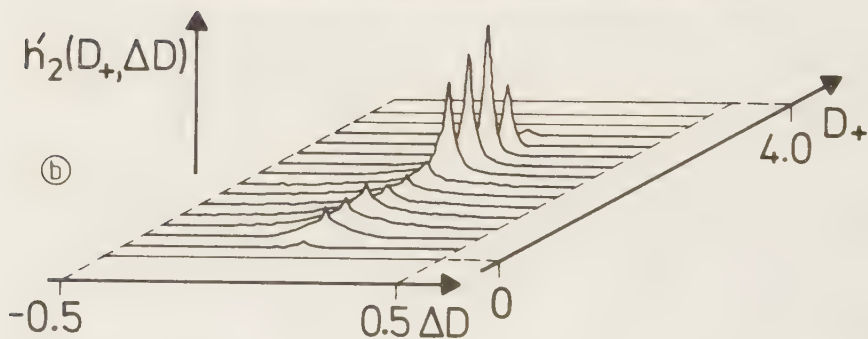
Setzt man (GII.2) für $n = 0$ bis $n = 3$ in (GII.9) ein, so erhält man vier gekoppelte Gleichungen für die vier Unbekannten a_1, a_2, b_1, b_2 , die sich analytisch lösen lassen (siehe AI.2).

Diese Näherungsmethode wurde zunächst für Histogramme zweiter Ordnung im Rechner getestet. Solche Histogramme können durch die Summe w_+ und die Differenz Δw der Grauwerte je zweier benachbarter Bildpunkte beschrieben werden. Für festes w_+ wird dann $h'_2(w_+, \Delta w)$ jeweils durch eine Summe zweier Gaußfunktionen approximiert (siehe (GII.1)). Für jeden festen Wert w_+ wurden nach (GII.9) vier Momente gemessen und daraus das Histo-

(a)



(b)



(c)

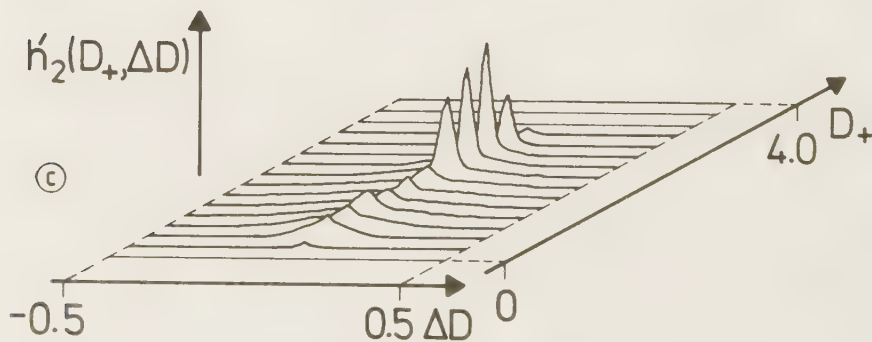


Fig. 6: a) Originalbild, b) genaues Histogramm zweiter Ordnung, c) rekonstruiert aus je vier Momenten für jedes D_+

gramm $h'_2(w_+, \Delta w)$ rekonstruiert (Fig.6). Die rekonstruierten Werte stimmen recht gut mit den wahren Werten überein.

Ebenso wurden vier Momente des Histogramms erster Ordnung $h_{1,d}(\Delta w)$ gemessen und nach (GII.2) das Histogramm rekonstruiert (Fig.7). Hier sind die Abweichungen noch kleiner als beim rekonstruierten Histogramm zweiter Ordnung.

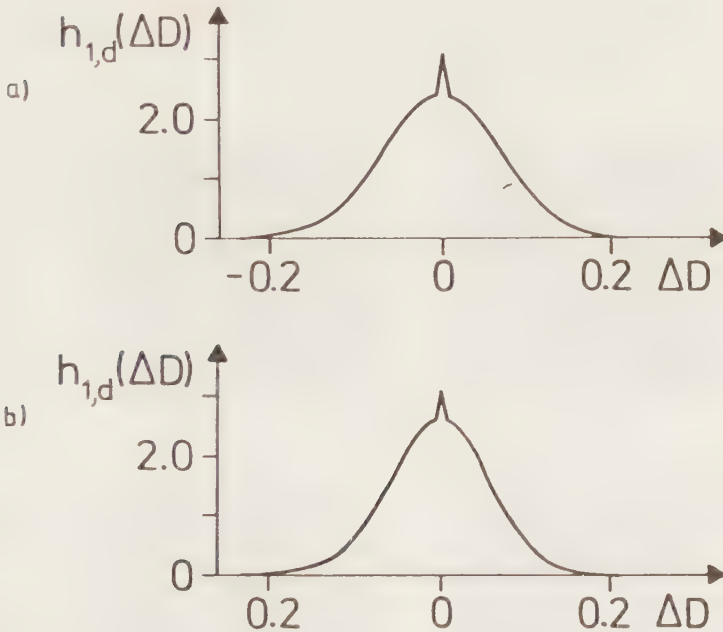
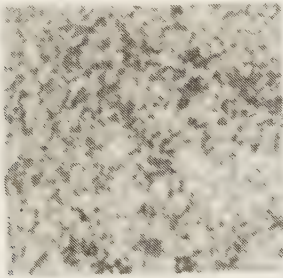


Fig. 7: Histogramm erster Ordnung des differenzierten Bildes
a) genaue Werte, b) rekonstruiert aus 4 Momenten

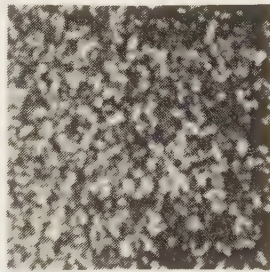
II.2.A.d) Anwendung auf Texturunterscheidung

Für manche Anwendungen ist es nicht notwendig, aus gemessenen Histogramm-Merkmalen zuerst das Histogramm zu rekonstruieren und dieses dann weiterzuverarbeiten. Histogramm-Merkmale können auch direkt zur Lösung eines vorgegebenen Problems verwendet werden, z. B. zur Unterscheidung von Texturen.

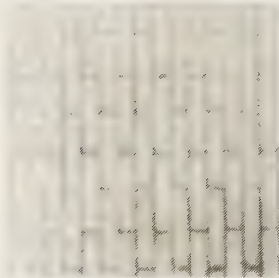
Mit Texturen hat man es in verschiedenen Bereichen zu tun: z. B. in Satellitenbildern (Wald, Wiese, Felder,...), auch in medizinischen Bildern (z.B. mikroskopische Gewebeaufnahmen). Fig. 8 zeigt verschiedene Texturen.



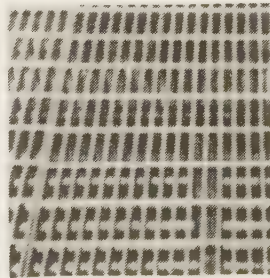
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 8: Verschiedene Texturen (aus Prat-78):
a) Gras, b) Efeu, c) Backsteine, d) Gitter

Eine exakte Definition des Begriffs "Textur" gibt es bisher nicht; meistens verwendet man ad hoc-Methoden zur Texturunterscheidung. Dabei werden verschiedene Texturmerkmale verwendet: Strukturelle Merkmale (z.B. elementare Strukturen mit bestimmten statistischen Eigenschaften, die in der Textur wiederholt vorkommen), statistische Merkmale (z.B. Wahrscheinlichkeiten bestimmter Grauwerte; auch Wahrscheinlichkeiten von Kanten oder anderen Strukturelementen im Bild; Momente von Histogrammen;...), auch Merkmale des Fourierpektrums einer Textur (z.B. hohe Frequenzen) (Hara-79). Wir wollen hier eine Lösung vorschlagen, die strukturelle und statistische Merkmale in die Texturunterscheidung einbeziehen kann:

Ein Bild $t(x,y)$ mit verschiedenen Texturen wird zunächst mit einem Punktbild $p_f(x,y)$ gefaltet. Durch diese Filteroperation können strukturelle Merkmale der Texturen besonders hervorgehoben werden; so kann man z. B. durch Differentiation die Kanten der Texturen herausheben. Man erhält das gefilterte Texturbild:

$$t_p(x,y) = t(x,y) * p_f(x,y).$$

Statistische Merkmale dieses Texturbilds können jetzt mit Hilfe von (GII.3) bestimmt werden (siehe auch Tabelle 1). Da jedoch in einem Bild mehrere Texturen vorkommen, die unterschieden werden sollen, müssen jetzt statt globaler Merkmale lokale statistische Merkmale der einzelnen Texturen gemessen werden. Deshalb wird nicht mehr wie in (GII.3) über das gesamte Bild integriert, sondern jeweils über lokale Bildbereiche a_{xy} (kleine Flächen, die in den Punkten (x,y) zentriert sind):

$$\iint_{(a_{xy})} f[t_p(x',y')] dx' dy' = K' \int f(t_p) \cdot h_1(t_p; a_{xy}) dt_p = K' \cdot \bar{f}(a_{xy}).$$

(GII.10)

Die Flächen a_{xy} müssen so groß sein, daß in ihnen die typischen Texturmerkmale enthalten sind. Man erhält als Ergebnis Merkmale $\bar{f}(a_{xy})$ des lokalen Histogramms $h_1(t_p; a_{xy})$, das die Häufigkeit der Werte von t_p im Bereich der Fläche a_{xy} zeigt. Je nach Art der zu unterscheidenden Texturen können verschiedene Faltungskerne $p_f(x,y)$, verschiedene Transformationen $f(t_p)$ und verschiedene große Flächen a_{xy} verwendet werden, um die Werte $\bar{f}(a_{xy})$ zu erzeugen und damit die Texturen zu unterscheiden.

Ein einfaches Beispiel soll die Methode erläutern:

Durch die Filteroperation sollen die Texturen differenziert werden, d. h. es werden die Grauwerte je zweier benachbarter Bildpunkte voneinander subtrahiert. Dann ist $t_p(x,y)$ das differenzierte Bild $\Delta w(x,y) = w(x+\delta x,y) - w(x,y)$. Sollen eine grobe Textur mit relativ wenigen Kanten (schwarz-weiß-Übergängen zwischen benachbarten Bildzellen) und eine feine Textur mit vielen Kanten unterschieden werden, so kann man z. B. die lokale Häufigkeit der Kanten mit $\Delta w = 1$ messen. Dazu wählt man $f(t_p) = f(\Delta w) = \delta(\Delta w - 1)$ und erhält nach (GII.10) das Histogramm $h_{1,d}(\Delta w=1; a_{xy})$:

$$\begin{aligned} \iint_{(a_{xy})} \delta[\Delta w(x,y)-1] \, dx \, dy &= K' \int \delta(\Delta w-1) \cdot h_{1,d}(\Delta w; a_{xy}) \, d\Delta w = \\ &= K' \cdot h_{1,d}(\Delta w=1; a_{xy}). \end{aligned}$$

Das Ergebnis $h_{1,d}(\Delta w=1; a_{xy})$ wird im Bereich der groben Textur relativ niedrige Werte haben, während es im Bereich der feinen Textur hohe Werte hat, da dort die Häufigkeit von Kanten groß ist.

II.2.A.e) Messung der Entropie eines Bildes

In diesem Abschnitt geht es um die "Entropie" eines Bildes oder den mittleren Informationsgehalt pro Bildpunkt. Diese Größe gibt den "Grad der Unordnung" in einem Bild an. Dieser Begriff wird im folgenden erklärt. Es wird gezeigt, wie man die Entropie eines Bildes näherungsweise messen kann, und wie man die Meßmethode zur Bildfokussierung verwenden kann.

II.2.A.c)(i) Erklärung des Begriffs "Entropie"

Der Begriff "Entropie" ist eng mit dem Begriff "Information" verknüpft. Hier wird zunächst der Begriff "Information" allgemein erläutert (Bril-62) und dann auf Bilder übertragen.

Gegeben sei ein Experiment mit G Ergebnismöglichkeiten, die alle die gleiche Wahrscheinlichkeit $p = 1/G$ haben (z.B. ein Würfel, mit dem $G = 6$ Zahlen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $p = 1/6$ gewürfelt werden können). Wird das Experiment durchgeführt, so wird aus den G Möglichkeiten eine ausgewählt (der Würfel zeigt eine bestimmte Zahl). Die dabei gewonnene Information wird definiert als:

$$I_1 = \lg(G) = -\lg(p_1).$$

Bei Festlegung auf den dualen Logarithmus hat die Information die Einheit "bit". Der Logarithmus wird deshalb gewählt, weil die Information additiv sein soll: Wird zum zweitenmal gewürfelt (Information aus dem zweiten Wurf: $I_2 = -\lg(p_2) = I_1$), so erhält man insgesamt eine Kombination von zwei Zahlen mit der Wahrscheinlichkeit $p_1 \cdot p_2 = 1/36$. Durch zweimaliges Ausführen des Experiments hat man also die Information

$$I_{12} = -\lg(p_1 \cdot p_2) = -\lg(p_1) - \lg(p_2) = I_1 + I_2$$

gewonnen.

Im allgemeinen sind die Ergebnismöglichkeiten eines Experiments nicht gleichwahrscheinlich, sie haben verschiedene Wahrscheinlichkeiten $p_k (k=1\dots G)$. Der mittlere Informationsgehalt $\bar{I}$ pro Experiment ist dann der statistische Mittelwert der Einzelinformationen:

$$H_1 = \bar{I} = \sum_{k=1}^G p_k \cdot I_k = - \sum_{k=1}^G p_k \cdot \text{ld}(p_k). \quad (\text{GII.11})$$

Dieser Mittelwert wird auch die "Entropie" H_1 genannt. Das beschriebene Konzept kann man auch auf Bilder mit G diskreten Grauwerten $w_k (k=1\dots G)$ mit den Grauwertwahrscheinlichkeiten p_k übertragen. Sind die Grauwerte der einzelnen Bildpunkte statistisch unabhängig, so ist der mittlere Informationsgehalt pro Bildpunkt gegeben durch (GII.11). Für gleichwahrscheinliche Grauwerte mit der Wahrscheinlichkeit $p_k=1/G$ ist die Entropie maximal: $H_{\text{max}} = \text{ld}(G)$.

Hat das Bild nur einen einzigen Grauwert w_1 mit der Wahrscheinlichkeit $p_1 = 1$, so ist die Entropie minimal: $H_{\text{min}} = 0$. Die Entropie ist also eine nichtnegative Größe im Bereich $[0\dots \text{ld}(G)]$.

Für Bilder mit kontinuierlichen Grauwerten w kann man eine entsprechende Größe definieren. Für solche Bilder gibt man die Wahrscheinlichkeitsdichte $h_1(w)$ an (siehe II.1.). In Analogie zu (GII.11) wird eine differentielle Entropie definiert:

$$H_{\text{diff},1} = - \int h_1(w) \cdot \text{ld}[h_1(w)] dw. \quad (\text{GII.12})$$

Werden die kontinuierlichen Grauwerte w in G Stufen der Breite $\delta w = 1/G$ quantisiert, so erhält man wieder diskrete Wahrscheinlichkeiten $p_k = h_1(w_k) \cdot \delta w = h_1(w_k)/G$ (siehe auch II.1.). Für die diskrete Entropie H_1 ergibt sich dann nach (GII.11) und (GII.12):

$$\begin{aligned}
 H_1 &= -\sum_k p_k \cdot \text{ld}(p_k) = -\sum_k h_1(w_k) \cdot \delta w \cdot \text{ld}[h_1(w_k) \cdot \delta w] \approx \\
 &\approx -\int h_1(w) \cdot \text{ld}[h_1(w)] dw - \text{ld}(\delta w) \cdot \underbrace{\int h_1(w) dw}_{=1} = \\
 &= H_{\text{diff},1} + \text{ld}(G) = H_{\text{diff},1} + H_{\text{max}}. \quad (\text{GII.13})
 \end{aligned}$$

Dabei wurde in der zweiten Zeile von $\sum_k \dots \delta w$ zu $\int \dots dw$ übergegangen. $H_{\text{diff},1}$ ist also eine negative Größe, die sich von H_1 um den Betrag der maximalen Entropie H_{max} unterscheidet.

Die diskrete Entropie eines Bildes ist nützlich für die Bildcodierung: Sie ist eine untere Grenze für die mittlere Codierungslänge pro Bildpunkt (d.h. die Anzahl der Bits pro Bildpunkt), mit der ein Bild ohne Informationsverlust optimal codiert werden kann. Stellt man (GII.13) um:

$$-H_{\text{diff},1} = H_{\text{max}} - H_1,$$

so erhält man eine neue Interpretation für die differentielle Entropie: Der Betrag der differentiellen Entropie gibt an, wieviel an Codierungslänge mit einer optimal an das Histogramm angepaßten Codierung eingespart werden kann im Vergleich zu einer Codierung, die von gleichwahrscheinlichen Grauwerten ausgeht.

Bei der bisherigen Definition der Entropie wurde davon ausgegangen, daß die Grauwerte benachbarter Bildpunkte statistisch unabhängig sind. Normalerweise ist das für natürliche Bilder nicht der Fall. Aus dem Histogramm erster Ordnung kann man deshalb den mittleren Informationsgehalt pro Bildpunkt nur in erster Näherung berechnen. Zur genaueren Berechnung der Entropie muß man Histogramme höherer Ordnung heranziehen. So berechnet man z. B. die Entropie in zweiter Näherung aus den Grauwertwahrscheinlichkeiten p_{k1} zweier benachbarter Bildpunkte (und aus den bedingten Wahr-

scheinlichkeiten $p_{1|k}$, siehe II.1) durch eine Erweiterung von (GII.11) (siehe AI.3). Der exakte Wert für die Entropie eines unendlich ausgedehnten Bildes würde sich erst aus dem Histogramm n -ter Ordnung für $n \rightarrow \infty$ ergeben. Da für höhere n der Rechenaufwand sehr groß wird (und die Anzahl der Bildpunkte im Bild zu klein ist, um die Wahrscheinlichkeiten verlässlich zu bestimmen), begnügt man sich meist damit, die Entropie in zweiter oder dritter Näherung zu berechnen.

Statt aus dem Histogramm des Bildes selbst kann man die Entropie auch aus dem Histogramm des differenzierten Bildes berechnen: Das Bild kann aus dem differenzierten Bild durch Addition einer Konstanten ohne weitere Information rekonstruiert werden und umgekehrt (Differentiation bzw. Integration sind reversibel bis auf eine additive Konstante). Da der Beitrag der additiven Konstanten zum mittleren Informationsgehalt pro Bildpunkt für ein "unendlich" ausgedehntes Bild gegen Null geht, ist die Entropie des Bildes gleich der Entropie des differenzierten Bildes.

II.2.A.e) (ii) Methode zur Messung der Entropie

Die Entropie eines Bildes wurde zunächst aus Histogrammen erster bis dritter Ordnung bestimmt. Solche Messungen wurden auch schon früher durchgeführt (Schr-56). Außerdem wurde die Entropie aus dem Histogramm erster Ordnung des differenzierten Bildes gemessen. Tabelle 2 illustriert einige allgemeine Tendenzen, die für die meisten natürlichen Grautonbilder gelten:

		Originalbild			diff. Bild
		$h_1(D)$	$h_2(D, \bar{D})$	$h_3(D, \bar{D}, \bar{\bar{D}})$	$h_{1,d}(\Delta D)$
Entropie in bit für $G=64$ Graustufen	für Fig.6a)	5,3	3,2	3,0	3,4
	für Fig.5a)	5,5	3,8	3,2	3,9

Tabelle 2: Entropie zweier Bilder, berechnet aus verschiedenen Histogrammen

Zwischen der Entropie erster Ordnung und der Entropie zweiter Ordnung des Bildes besteht eine große Differenz, während die Differenz zwischen der Entropie zweiter und dritter Ordnung des Bildes (und vermutlich auch zwischen noch höheren Ordnungen) wesentlich kleiner ist. Das kann man dadurch erklären, daß die Grauwerte je zweier benachbarter Bildpunkte sehr stark korreliert sind, während weiter voneinander entfernte Bildpunkte weniger korreliert sind (Rauc-81). Deshalb genügt es oft, zur näherungsweisen Entropiebestimmung nur Histogramme zweiter Ordnung zu verwenden. Tabelle 2 zeigt außerdem, daß die Entropie erster Ordnung des differenzierten Bildes ungefähr genauso groß ist wie die Entropie zweiter Ordnung des Originalbildes. Deshalb kann die Entropie oft mit genügender Genauigkeit aus dem Histogramm erster Ordnung des differenzierten Bildes bestimmt werden (siehe z.B. II.2.A.e)(iii), Bildfokussierung).

Eine solche Bestimmung der Entropie ist besonders einfach: Wie in II.2.A.a) ausgeführt wurde, kann das Histogramm erster Ordnung $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes (mit kontinuierlichen Grauwerten) für natürliche Bilder meist ungefähr durch eine Gaußfunktion beschrieben werden (Mait-77, Esto-69):

$$h_{1,d}(\Delta w) \approx 1/(b\sqrt{2\pi}) \cdot e^{-\Delta w^2/(2b^2)}. \quad (\text{GII.14})$$

Die Breite b^2 ist durch das zweite Moment M_2 von $h_{1,d}(\Delta w)$ gegeben:

$$M_2 = \int \Delta w^2 \cdot h_{1,d}(\Delta w) d\Delta w \approx b^2.$$

Die differentielle Entropie ergibt sich dann zu (siehe (GII.12)):

$$\begin{aligned}
 H_{\text{diff},1} &= - \int h_{1,d}(\Delta w) \cdot \text{ld}[h_{1,d}(\Delta w)] \, d\Delta w \approx \\
 &\approx - \int h_{1,d}(\Delta w) \cdot \text{ld}[1/(b\sqrt{2\pi}) \cdot e^{-\Delta w^2/b^2}] \, d\Delta w = \\
 &= \text{ld}[b\sqrt{2\pi}] \cdot \underbrace{\int h_{1,d}(\Delta w) \, d\Delta w}_{=1} + 1/(2b^2 \ln 2) \cdot \underbrace{\int \Delta w^2 \cdot h_{1,d}(\Delta w) \, d\Delta w}_{=M_2=b^2} \\
 &= -1/2 \cdot \text{ld}(M_2) + 1/2[\text{ld}(2\pi) + 1/\ln 2]. \quad (\text{GII.15})
 \end{aligned}$$

Für ein Histogramm mit gegebenem nulltem und zweitem Moment ist die Entropie maximal, wenn das Histogramm gaußförmig ist (Thom-69). (GII.15) liefert also eine obere Grenze für die Entropie. Um die Entropie $H_{\text{diff},1}$ ungefähr zu bestimmen, braucht man also nur den Logarithmus des zweiten Moments von $h_{1,d}(\Delta w)$ zu berechnen und eine Konstante zu addieren. M_2 kann man z. B. nach (GII.3) dadurch messen, daß man das differenzierte Bild punktweise quadriert und darüber integriert. Zur Normierung muß dann auch noch das nullte Moment gemessen werden. Wird das Originalbild in G diskreten Graustufen quantisiert, so kann man aus der differentiellen Entropie des differenzierten Bildes die diskrete Entropie nach (GII.13) berechnen (siehe auch AI.3):

$$H_1 = H_{\text{diff},1} + \text{ld}(G).$$

Tabelle 3 zeigt für zwei verschiedene Bilder, daß die nach (GII.15) und (GII.13) über das zweite Moment M_2 angenäherte Entropie recht gut mit der direkt aus dem Histogramm erster Ordnung des differenzierten Bildes berechneten Entropie übereinstimmt.

		aus dem wahren Histogramm $h_{1,d}(\Delta D)$	aus dem zweiten Mo- ment von $h_{1,d}(\Delta D)$
Entropie in bit für $G=64$ Grau- stufen	für Fig.6a)	3,4	3,7
	für Fig.5a)	3,9	3,9

Tabelle 3: Entropie zweier Bilder, berechnet aus dem Histogramm des differenzierten Bildes $h_{1,d}(\Delta D)$ und aus dem zweiten Moment dieses Histogramms

II.2.A.e) (iii) Anwendung auf Bildfokussierung

Dähne und Lanzl (Däh-Lan-80) zeigten, daß man die Entropie eines Bildes zur Bildfokussierung verwenden kann. Besonders geeignet ist dafür die aus dem differenzierten Bild berechnete Entropie; diese hat einen Extremwert, wenn das Bild fokussiert ist (gewöhnlich ein Maximum). Während in (Däh-Lan-80) die Entropie nach (GII.11) berechnet wurde, wird hier das Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes durch eine Gaußfunktion angenähert, und aus dem zweiten Moment wird die Entropie bestimmt nach (GII.15).

Den Extremwert der Entropie am fokussierten Bild kann man sich folgendermaßen erklären:

Wir gehen aus von einem natürlichen Grautonbild, dessen Grauwerte häufig variieren und in dem viele Kanten (Grauwertübergänge hell $\leftrightarrow$ dunkel) vorkommen (z.B. biologische Zellpräparate). Ist das Bild fokussiert, so sind relativ viele Kanten vorhanden. Im differenzierten Bild treten deshalb auch hohe Werte Δw mit $|\Delta w| \gg 0$ auf, d. h. das Histogramm des differenzierten Bildes ist relativ breit, und sein zweites Moment ist groß. Nach (GII.15) ist dann auch die differentielle Entropie groß und nach (GII.13) ist auch die diskrete Entropie groß. Ist dagegen das Bild defokussiert, so sind die Kanten "verwaschen" (das Bild wird mit einem relativ breiten "defokussierten Punktbild" gefaltet, was in etwa einer lokalen gewichteten Mittelwertbildung über mehrere benachbarte Bildpunkte entspricht (Good-68)). Im differenzierten Bild treten nur sehr wenige hohe Werte $|\Delta w| \gg 0$ auf, die meisten Werte Δw sind sehr klein. Das Histogramm des differenzierten Bildes ist infolgedessen schmal, und das zweite Moment ist klein; also ist auch der Betrag der differentiellen Entropie und die Entropie selbst klein.

Das zweite Moment M_2 des Histogramms $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes ist nach (GII.3) proportional zum sogenannten "Strukturgehalt" S des Bildes:

$$M_2 = \int \Delta w^2 \cdot h_{1,d}(\Delta w) d\Delta w \propto \iint_{\substack{\text{(ganzes)} \\ \text{Bild}}} [\Delta w(x,y)]^2 dx dy = S.$$

Man kann auch den Strukturgehalt S bzw. das zweite Moment M_2 zur Bildfokussierung verwenden (siehe z.B. Däh-Lan-80). Hier wurde gezeigt, daß beide Methoden, d. h. die Fokussierung über die Entropie und die Fokussierung über den Strukturgehalt des differenzierten Bildes, für die meisten natürlichen Bilder äquivalent sind.

Es gibt auch "entartete" Bilder, bei denen die Entropie des differenzierten Bildes im fokussierten Zustand nicht ein Maximum, sondern ein Minimum hat: Das tritt z. B. bei einem Bild auf, das aus einer schwarzen und einer weißen Fläche besteht mit einem Sprung in der Mitte (Fig.9). Das Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes ist dann nicht mehr gaußförmig, sondern hat einen kleinen peak bei $\Delta w = 1$ (Wahrscheinlichkeit $p_1 \ll 1, p_1 \approx 0$, also $p_1 \ln p_1 \approx 0$) und einen sehr hohen peak bei $\Delta w = 0$ (Wahrscheinlichkeit $p_0 = 1 - p_1 \approx 1$, also $p_0 \ln p_0 \approx 0$) (Fig. 10c). Die Entropie als statistischer Mittelwert von $(p \cdot \ln p)$ ist dann sehr klein (Fig. 10d). Wird das Bild defokussiert, so wird die Kante in der Mitte "verschmiert"; es treten also im differenzierten Bild auch Grauwerte $\Delta w \neq 0$ und $\Delta w \neq 1$ auf. Im Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$ wird der peak um $\Delta w = 0$ herum "verschmiert"; die Entropie als Mittelwert von $(p \cdot \ln p)$ wird größer (Fig. 10d).

Auch beim "entarteten" Fall hat also die Entropie (und das zweite Moment des Histogramms) des differenzierten Bildes für das fokussierte Bild einen Extremwert.

Das hier beschriebene Verfahren zur Fokussierung von zweidimensionalen Bildern kann man auch dazu verwenden, automatisch eine geeignete Fokussierungsebene für dreidimensionale Bilder zu finden (z. B. Zellpräparate mit mehreren Zellschichten). Es wird dann eine Fokussierungsebene ausgewählt, in der möglichst viele "scharfe Kanten" im Bild auftreten (z. B. eine Ebene, in der sehr viele Zellen gut fokussiert sind).



Fig.9: Bild mit "Kante"

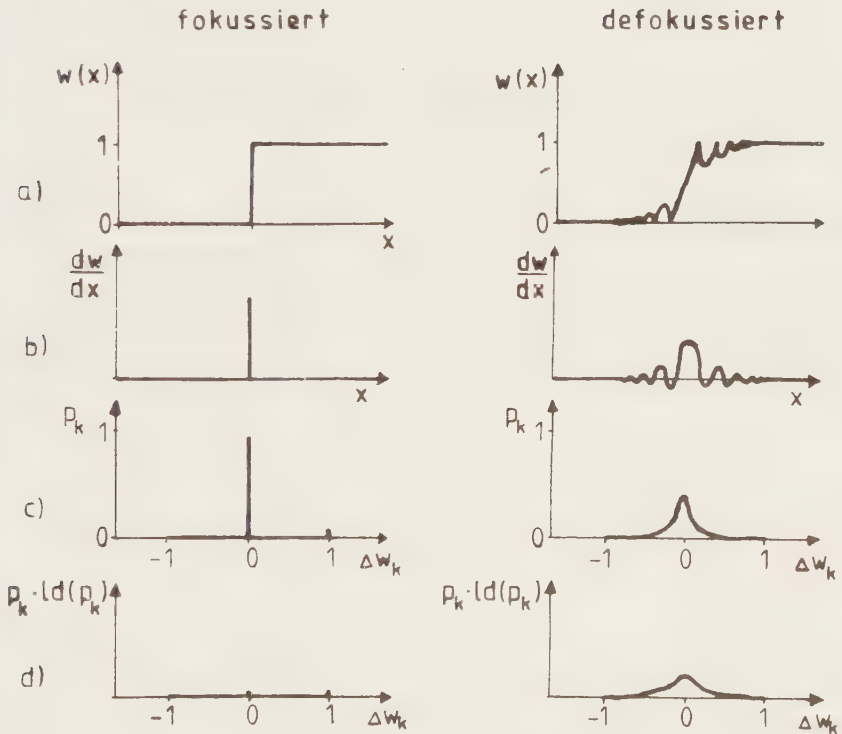


Fig.10: a) Originalbild $w(x)$, b) differenziertes Bild dw/dx , c) Grauwertwahrscheinlichkeiten p_k des differenzierten, diskretisierten Bildes, d) $p_k \cdot \text{ld}(p_k)$ (Information), jeweils für fokussiertes und defokussiertes Bild

II.2.B. Experimente

Zur Messung und Anwendung von Histogramm-Merkmalen wurden zum einen ein digitales Bildverarbeitungssystem (Gerb-80) und zum anderen ein hybrid optisch-elektronisches System (Götz-83) benutzt.

II.2.B.a) Experimente mit dem digitalen Bildverarbeitungssystem

In Fig. 11 sind die hier wichtigen Komponenten unseres digitalen Bildverarbeitungssystems angegeben. Eine ausführlichere Beschreibung ist in AI.4 zu finden.

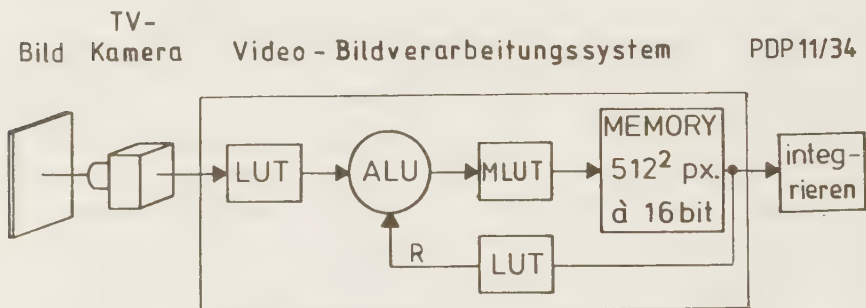


Fig. 11: Digitales Bildverarbeitungssystem zur Momentmessung
 LUT = lookup table (MLUT = memory lookup table),
 ALU = arithmetic logic unit (Rechenwerk),
 MEMORY = Speicher

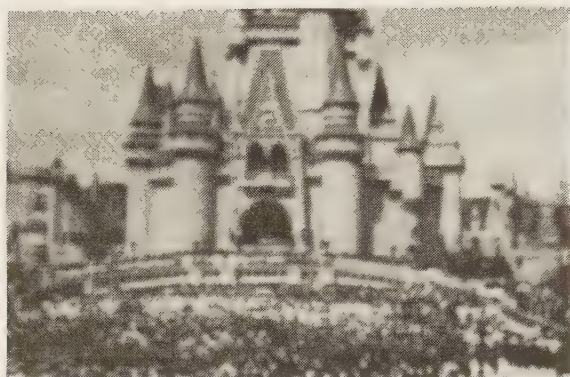
Mit dem digitalen Bildverarbeitungssystem wurden für ein Bild Momente des Histogramms zweiter Ordnung gemessen und daraus über die Näherung mit Gaußfunktionen ((GII.1) in II.2.A.a)) das Histogramm rekonstruiert. Dabei wurde folgendermaßen vorgegangen:

Das von der Fernsehkamera gelesene Eingangsbild $D(x,y)$ wurde im Bildspeicher abgespeichert. Im Rückkopplungskreis R wurde

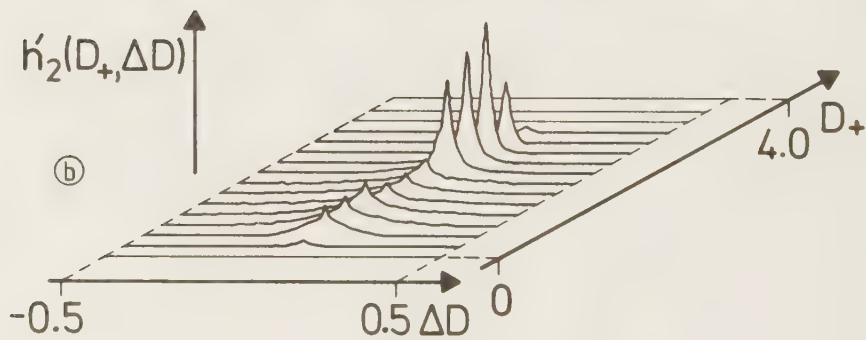
dieses Bild um die Breite δx eines Rasterpunkts horizontal verschoben und in der arithmetisch-logischen Einheit (ALU) zum unverschobenen Originalbild addiert. Auf diese Weise ergab sich die Summe $D_+(x,y)=D(x+\delta x,y)+D(x,y)$ je zweier benachbarter Bildpunkte. Alle Gebiete mit gleichem D_+ wurden in der memory-lookup-table (MLUT) in den oberen 6 Bits markiert. Danach wurde auf die gleiche Weise das Differenzbild $\Delta D(x,y)=D(x+\delta x,y)-D(x,y)$ erzeugt, indem in einem zweiten Rückkopplungszyklus das unverschobene Bild vom um δx verschobenen Bild subtrahiert wurde. In der MLUT wurde für das Differenzbild $\Delta D(x,y)$ punktweise die n -te Potenz $[\Delta D(x,y)]^n$ gebildet, und dieses Ergebnis wurde in den Rechner PDP 11/34 übertragen und dort über alle Flächen mit gleichem D_+ integriert. Auf diese Art wurden nach (GII.3) und (GII.9) alle nötigen Momente $M_n(D_+)$ für $n=0,\dots,3$ und für alle Werte von D_+ gemessen. Für ein Bild (Fig.12a) wurde auf diese Weise das Histogramm zweiter Ordnung $h'_2(D_+,\Delta D)$ rekonstruiert (Fig.12c). Es stimmt recht gut mit dem wahren Histogramm überein (Fig.12b), das durch Abzählen der einzelnen Grauwerte gemessen wurde. Die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung der rekonstruierten und wahren Werte beträgt ca. 4 % vom Mittelwert. Ebenso wurden auch vier Momente des Histogramms $h_{1,d}(\Delta D)$ des differenzierten Bildes $\Delta D(x,y)$ gemessen. Das daraus rekonstruierte Histogramm (Fig.12e) ist dem wahren Histogramm (Fig.12d) sehr ähnlich; die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung beträgt 3,1 % vom Mittelwert.

Alle hier geschilderten Operationen lassen sich sehr schnell durchführen; alle nötigen Additionen, Subtraktionen und Potenzierungen können innerhalb weniger Fernsehbildzyklen durchgeführt werden. Allein die Integration ist zeitaufwendiger, da hier erst das Bild punktweise in den Steuerrechner eingelesen wird und die einzelnen Bildpunkte addiert werden. Auch die Integration kann jedoch sehr schnell durchgeführt werden, indem man nicht im Steuerrechner integriert, sondern am Bildspeicherausgang in einer Ausgangs-lookup-table die Bildpunkte

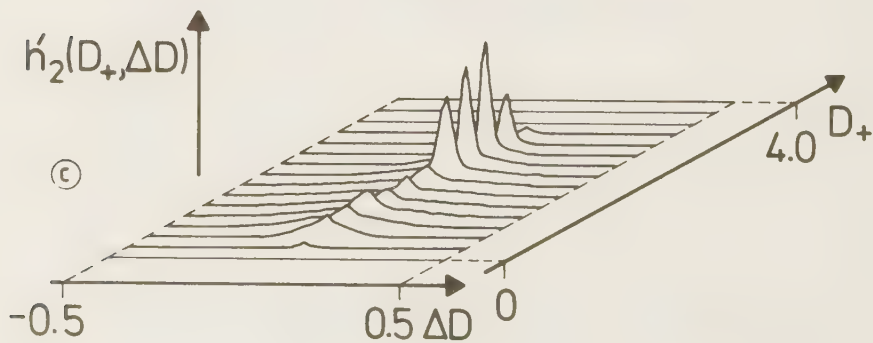
(a)



(b)



(c)



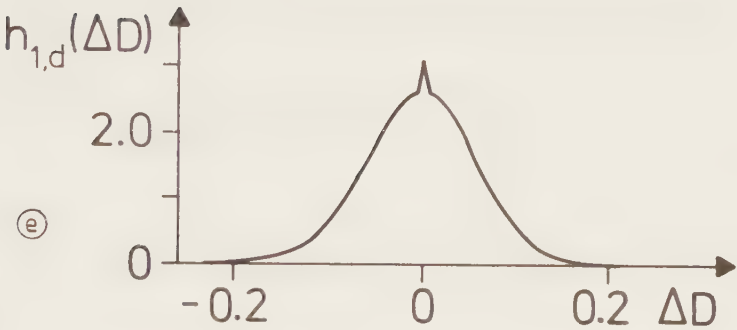
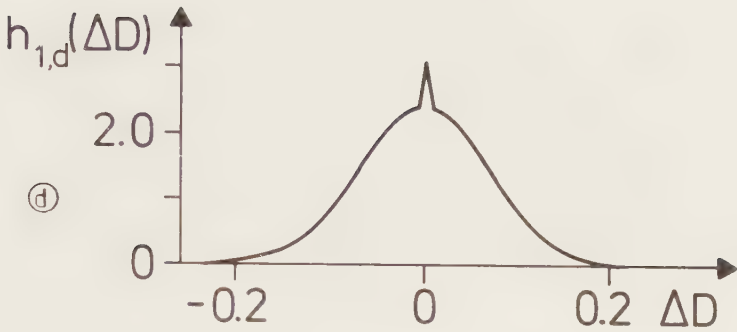


Fig. 12: a) Originalbild, b) genaues Histogramm zweiter Ordnung, c) rekonstruiert aus je vier Momenten für jedes D_+ , d) genaues Histogramm erster Ordnung des differenzierten Bildes, e) rekonstruiert aus vier Momenten (siehe auch Fig. 6,7)

mit gleichem D_+ selektiert und z. B. eine analoge Integrierstufe anschließt. Mit solch einem Integrierer kann in einem Bildzyklus über das ganze Bild integriert werden.

Der Vorteil der hier beschriebenen digitalen Methode ist es, daß die Momente M_n des Histogramms sehr genau gemessen werden können; hier wurde mit 8 bit-Genauigkeit für jeden Bildpunkt gearbeitet, es sind aber bis zu 16 bit möglich. Die einzigen Fehler, die bei der Histogrammrekonstruktion auftreten können, sind dann dadurch bedingt, daß es sich bei der Rekonstruktion der Histogramme mit Hilfe von Gaußfunktionen (GII.1) nur um eine Näherung handelt, die nicht exakt erfüllt ist.

2.II.B.b) Experimente mit dem hybrid optisch-elektronischen System

2.II.B.b)(i) Rekonstruktion spezieller Histogramme und Messung der Entropie, mit Anwendung auf Bildfokussierung

Fig. 13 zeigt den Aufbau, mit dem hier Momente von Histogrammen gemessen wurden. Die einzelnen Komponenten werden in AI.4 genauer erklärt.

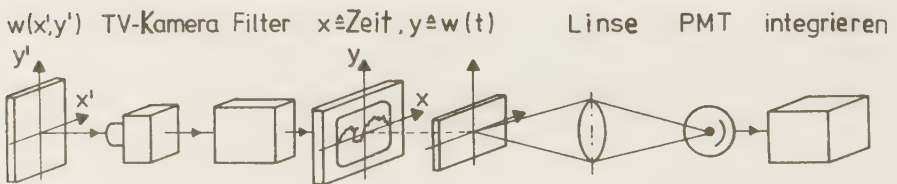


Fig. 13: Hybrides System zur Momentmessung

Zur Momentmessung wird folgendermaßen vorgegangen: Ein Bild wird mit einer Fernsehkamera aufgenommen, und in einem elektronischen Filter werden die Grauwerte je zweier benachbarter Bildpunkte voneinander subtrahiert. Dadurch erhält man das differenzierte Bild $\Delta w(x', y')$. Dieses Bild wird in der nichtlinearen Komponente folgendermaßen transformiert: Jede Fernsehzeile $y' = \text{const.}$ wird auf einem schnellen Oszilloskop dargestellt; dabei entspricht die vertikale y -Koordinate der Bildintensität $\Delta w(x', y' = \text{const.})$. Eine auf dem Oszilloskop angebrachte Maske hat die in y -Richtung variierende Transmission $T(x, y) = [y - y_0]^k$, wobei y_0 dem Wert der Bildintensität $\Delta w = 0$ entspricht. Hinter der Maske ist die Intensität proportional zu $[\Delta w(x', y')]^k$. Das Signal wird über eine Linse in einem Photomultiplier gemessen, und in einer elektronischen Integrierstufe wird über das ganze Bild integriert. Das Ergebnis ist nach (GII.3) proportional zum k -ten Moment $\bar{M}_k$ (GII.9) des Histogramms $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes. Mit vier verschiedenen Masken ($k=0, \dots, 3$) wurden für ein Bild (Fig. 14a) vier Momente $\bar{M}_k$ von $h_{1,d}(\Delta w)$ gemessen, und daraus wurde nach (GII.2) über zwei Gaußfunktionen das Histogramm rekonstruiert. Außerdem wurde das wahre Histogramm gemessen, indem mit Hilfe verschiedener Masken $T_n(x, y) = \text{rect}((y - n \cdot \delta y) / \delta y)$ in der nichtlinearen Komponente jeweils alle Bildpunkte herausgefiltert wurden, deren Grauwert Δw in einem bestimmten Bereich $[n \cdot \delta w - \delta w / 2, n \cdot \delta w + \delta w / 2]$ lag (der Grauwertbereich δw entspricht dem y -Koordinatenbereich δy). Die Integration über alle herausgefilterten Bildpunkte liefert deren Häufigkeit im Bild (Fig. 14b). Die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung der aus 4 Momenten rekonstruierten Werte von den wahren Werten betrug 4,5 % vom Mittelwert. Nähert man das Histogramm nur durch eine Gaußfunktion an, deren Parameter aus dem nullten und zweiten Moment bestimmt werden, so sind die Abweichungen größer: Die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung ist hier ca. 10 % vom Mittelwert.

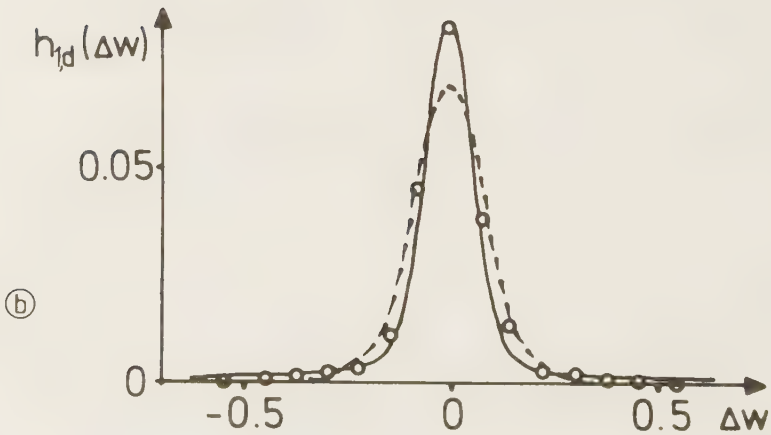
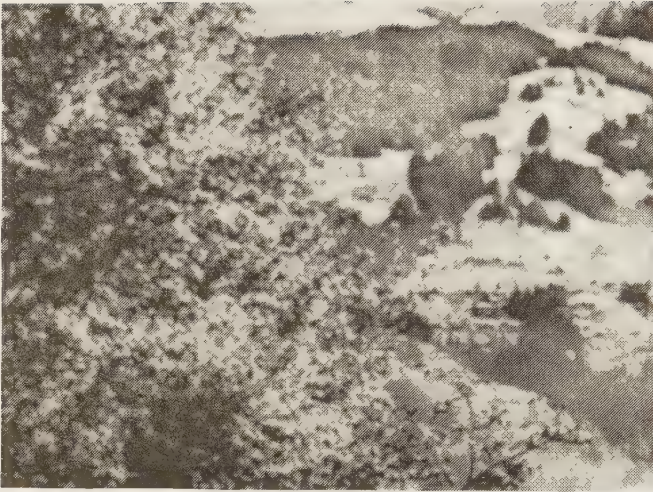


Fig. 14: a) Originalbild, b) Histogramm des differenzierten Bildes, gemessen mit dem System von Fig. 13
ooo genaue Werte
— rekonstruiert aus 4 Momenten
--- rekonstruiert aus 2 Momenten

Die Genauigkeit der Momentmessung ist im wesentlichen bestimmt durch die Genauigkeit der nichtlinearen Komponente. In der nichtlinearen Komponente können theoretisch bis zu ca. 300 Grauwerte unterschieden werden (Götz-83). In den hier verwendeten Masken wurden 64 Grauwerte unterschieden. Die Masken wurden in kleine quadratische Zellen unterteilt. Der Grauwert jeder Zelle wurde durch einen opaken Punkt entsprechender Größe vor transparentem Hintergrund dargestellt (Pulsweitenmodulation). Fehler durch Ungenauigkeiten in den Masken fallen hier kaum ins Gewicht. Größere Fehler treten auf durch Verstärkerrauschen (das differenzierte Signal muß verstärkt werden, um den dynamischen Bereich der nichtlinearen Komponente voll auszunutzen) sowie durch Rauschen im Photomultiplier. Dieser Anteil ist prozentual umso größer, je kleiner das zu messende Signal ist. Bei der Messung höherer Momente ist demzufolge der Meßfehler größer als bei der Messung niedriger Momente. Die Schwankungen bei der Messung des dritten Moments betrugen etwa 10 % vom Mittelwert.

Aus dem gemessenen Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes wurde die Entropie bestimmt nach (GII.11). Außerdem wurde das Histogramm durch eine Gaußfunktion aus dem nullten und zweiten Moment angenähert und daraus die Entropie abgeschätzt nach (GII.15) und (GII.13). Für das Originalbild (Fig. 14a) ergibt sich dann für $G = 25$ Grauwerte im differenzierten Bild die Entropie:

aus dem wahren Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$: $H_1 = 2,4$ bit

aus dem zweiten und nullten Moment: $H_1 \approx 2,6$ bit.

Zur Bildfokussierung kann man ebenfalls jeweils das zweite Moment des Histogramms $h_{1,d}(\Delta w)$ des differenzierten Bildes messen und daraus die Entropie bestimmen (siehe II.2.A.e)(iii)). Fig. 15 zeigt die aus dem zweiten Moment von $h_{1,d}(\Delta w)$ näherungsweise bestimmte differentielle Entropie (siehe GII.15) für verschiedene Defokussierungen eines Bildes von Rost-

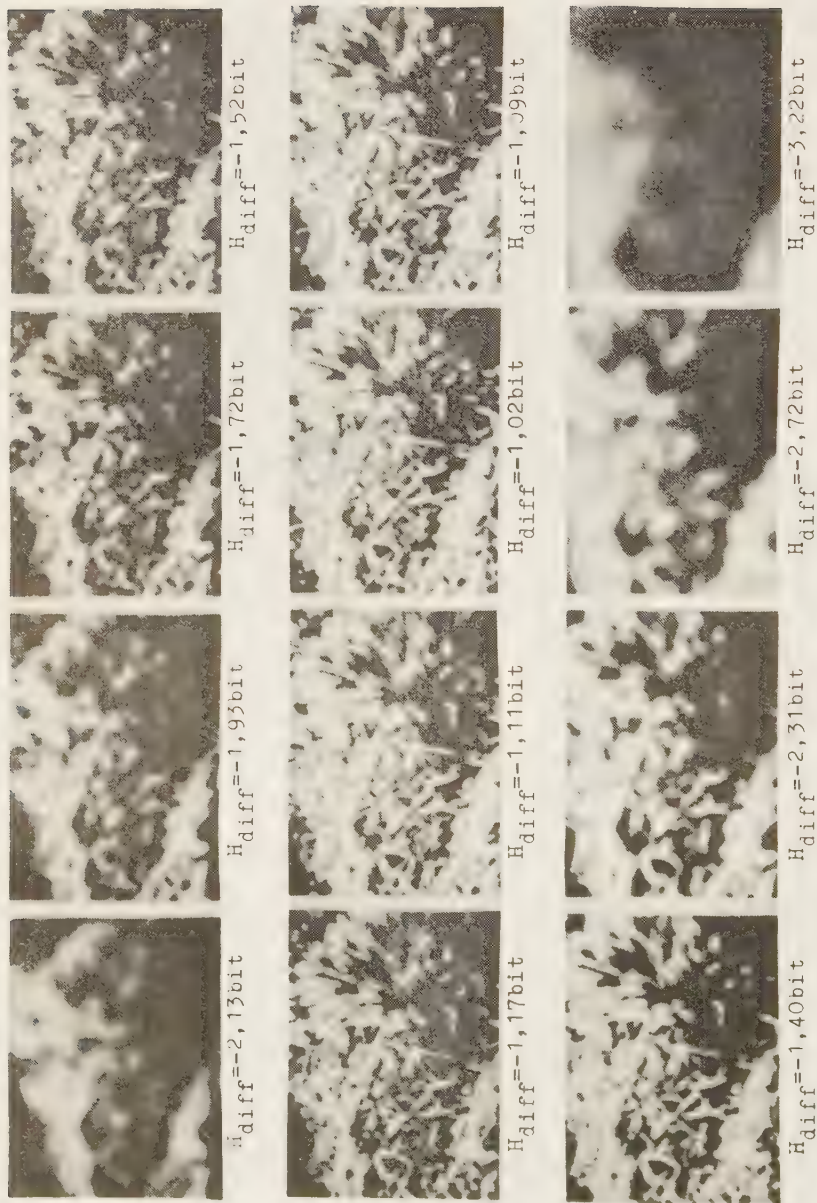


Fig. 15: Bildfokussierung; das dritte Bild in der mittleren Reihe ist fokussiert

kristallen. Die Entropie hat ein Maximum, wenn das Bild fokussiert ist. Fig. 16 zeigt den Verlauf der differentiellen Entropie in Abhängigkeit vom Defokussierungsparameter Δx . Der Tiefenschärfebereich lag etwa bei $\Delta x = \pm 0,8$ mm. Das Maximum ist innerhalb dieser Grenzen klar erkennbar.

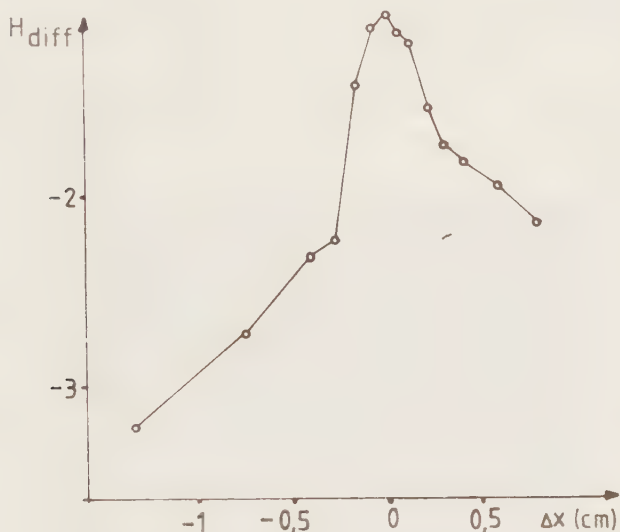


Fig. 16: Verlauf der differentiellen Entropie über dem Defokus-Parameter Δx

II.2.B.b)(ii) Texturunterscheidung

Zur Messung statistischer Texturmerkmale nach (GII.10) kann man einen modifizierten Aufbau verwenden, der in Fig. 17 dargestellt ist. In diesem Aufbau kommt als neue Komponente ein elektronisches Filter vor, in dem ein Bild mit einer diskreten, zweidimensionalen Filterfunktion gefaltet wird. Die Filterfunktion kann in horizontaler x' -Richtung bis zu

29 Bildpunkte und in vertikaler y' -Richtung bis zu 9 Bildzeilen umfassen. Die reellen Koeffizienten der einzelnen Bildpunkte können beliebig eingestellt und verändert werden, während das gefilterte Bild auf dem Monitor betrachtet wird (Götz-83, Göt-Kör-81). Zur Bestimmung von Texturmerkmalen geht man nach Fig. 17 folgendermaßen vor: Ein Bild $w(x',y')$ mit verschiedenen Texturen wird mit einer Fernsehkamera abgetastet und im zweidimensionalen Filter mit einer Filterfunktion $g(x',y')$ gefaltet. Man erhält das gefilterte Texturbild $w'(x',y') = w(x',y') * g(x',y')$. Durch punktweise Transformation dieses Bildes in der nichtlinearen Komponente (siehe AI.4) erhält man $f[w'(x',y')]$. Das Ergebnis wird auf einem Fernsehmonitor ausgegeben und mit starker Defokussierung fotografiert. Dadurch wird das Bild mit dem defokussierten Punktbild gefaltet; d. h. um jeden Bildpunkt (x,y) wird lokal über eine Fläche a_{xy} integriert, die in (x,y) zentriert ist und dem defokussierten Punktbild entspricht. Diese Darstellung stimmt nur näherungsweise, da Bildpunkte am Rand der Fläche a_{xy} außerdem mit einem Gewichtungsfaktor versehen werden, der kleiner als Eins ist. Auf diese Weise erhält man Merkmale $\bar{f}(a_{xy})$ der lokalen Histogramme $h_1(w'; a_{xy})$ in den Gebieten a_{xy} (siehe II.2.A.d)):

$$\iint_{a_{xy}} f[w'(x',y')] dx' dy' \propto \int f(w') \cdot h_1(w'; a_{xy}) dw' = \bar{f}(a_{xy}) \quad (\text{GII.10})$$

(Fläche)
 a_{xy}

Die Methode wurde an einem Bild getestet, das zwei verschiedene Texturen enthält: Granit und Kieselsteine (Fig. 18a). Im elektronischen Filter wurde die Textur in Schritten von der Breite je zweier Bildpunkte differenziert. Das differenzierte Bild wurde in der nichtlinearen Komponente mit einer Funktion $f(w') = w'^2$ transformiert, und durch defokussiertes Aufnehmen ergaben sich die lokalen zweiten Momente. Im Bereich des Granits sind diese Werte im allgemeinen niedrig, während sie im Bereich der Kieselsteine höher liegen. Fig. 18b) zeigt die

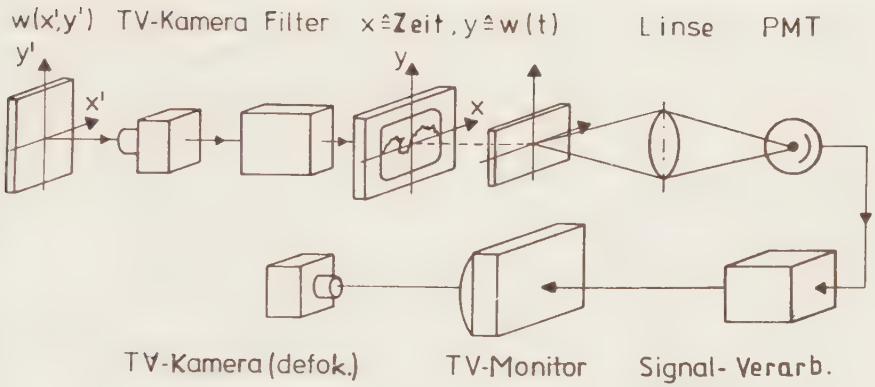


Fig. 17: Aufbau zur Texturunterscheidung

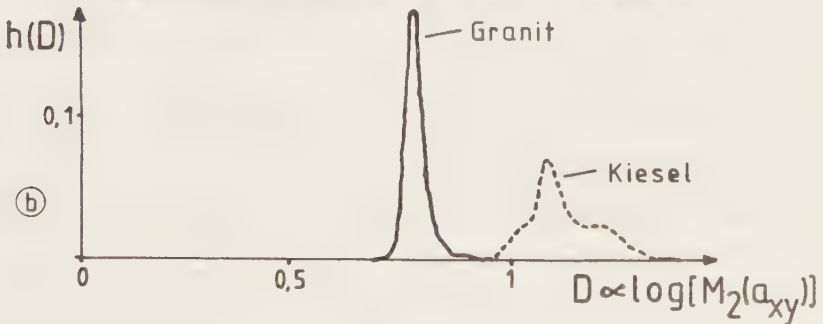
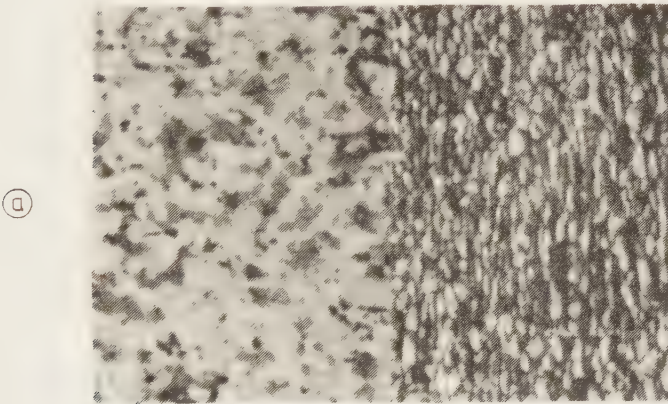


Fig. 18: a) Texturen, b) Häufigkeit der lokalen zweiten Momente im Granit- und im Kieselsteinbereich

relative Häufigkeit der Werte $M_2(a_{xy})$ im Granit- und im Kieselbereich. Man sieht, daß die beiden Texturbereiche anhand der Werte $M_2(a_{xy})$ eindeutig unterschieden werden können.

Das hier verwendete System ist besonders gut zur Texturunterscheidung geeignet aufgrund seiner Flexibilität: Im zweidimensionalen Filter kann man eine passende Filterfunktion einstellen, während man gleichzeitig das gefilterte Bild auf dem Monitor betrachtet. Verschiedene Nichtlinearitäten können durch verschiedene Masken in der nichtlinearen Komponente implementiert werden. Mit dieser Komponente können auch in Zeilenrichtung ortsvariante Operationen durchgeführt werden. Man kann z. B. ein Bild in einem optischen Filterungssystem mehrfach wiederholt abbilden (Dam-Klo-77). Das mehrfach in x-Richtung wiederholte Bild wird gefiltert, und in der nichtlinearen Komponente wird jedes Einzelbild auf verschiedene Weise transformiert. So kann man verschiedene statistische Merkmale eines Bildes gleichzeitig erzeugen.

II.2.C Vorschlag zur optischen Messung von Histogrammmomenten

Momente von Histogrammen von Bildern können im Prinzip auch mit Hilfe optischer Rückkopplung gemessen werden. Fig. 19 zeigt das Prinzip eines kohärent-optischen Aufbaus, der zur Momentmessung verwendet werden kann.

Über einen Teilerspiegel Tsp 1 wird paralleles, kohärentes, monochromatisches Laserlicht in einem Aufbau zur optischen Rückkopplung eingekoppelt. Das parallele Licht fällt auf das Objekt mit der Amplitudentransmission $w_A(x,y) = \sqrt{w_I(x,y)}$ und ein Prisma $e^{2\pi i \alpha x}$. Das Licht läuft in dem interferometrischen Aufbau mit vier Spiegeln um, wobei in jedem Umlauf mit Hilfe der zwei Linsen L1 und L2 das Objekt $w(x,y) \cdot e^{2\pi i \alpha x}$

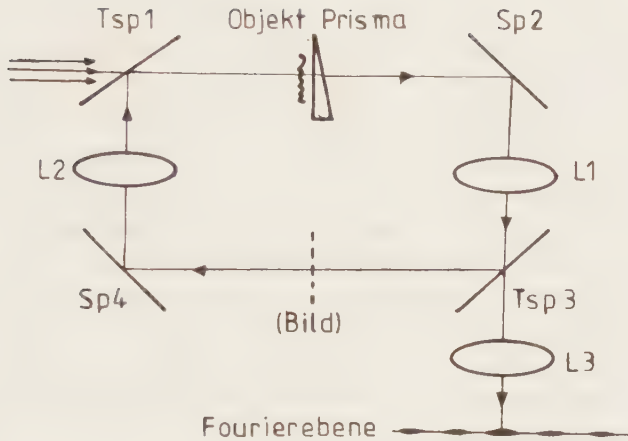


Fig. 19: Kohärent-optischer Rückkopplungsaufbau zur Momentmessung
 Tsp1, Tsp2 = Teilerspiegel, Sp1, Sp2 = Spiegel,
 L1, L2, L3 = Linsen

auf sich selbst abgebildet wird. Nach k -maligem Umlauf ist dann hinter dem Objekt die Lichtamplitude proportional zu $[w(x,y)e^{2\pi i \alpha x}]^k$. Durch den Teilerspiegel Tsp 3 wird nach jedem Umlauf ein Teil des Lichts ausgekoppelt und über die Linse L3 fouriertransformiert. In der Fourierebene ist der Beitrag des k -mal umgelaufenen Lichts dann proportional zu

$$\text{Fou} \{ [w_A(x,y)]^k \} * \delta(\nu - k\alpha).$$

Ist α größer als die ν -Bandbreite $\Delta\nu$ von $w_A(x,y)$, so sind die Einzelspektren aus den verschiedenen Umläufen getrennt. Man kann die Intensität jedes Einzelspektrums, das in $\nu = k\alpha$ zentriert ist, getrennt aufnehmen und darüber integrieren. Das Ergebnis für das k -te Spektrum ist dann proportional zu

$$\begin{aligned} \iint_{(\Delta\nu, \Delta\mu)} \left| \text{Fou} \{ [w_A(x,y)]^k \} \right|^2 d\nu d\mu &= \iint_{(\Delta x, \Delta y)} \left| [w_A(x,y)]^k \right|^2 dx dy = \\ &= \iint_{(\Delta x, \Delta y)} [w_I(x,y)]^k dx dy, \end{aligned}$$

also nach (GII.3) proportional zum k -ten Moment M_k des Histogramms $h_1(w_I)$ der Intensitätstransmission $W_I(x,y)$ des Bildes.

Die Methode wirft einige experimentelle Probleme auf: Der Apparat muß sehr genau justiert werden, so daß auch nach mehreren Umläufen das Bild genau auf das Objekt abgebildet wird. Außerdem geht bei jedem Umlauf durch Absorptionsverluste bei allen Spiegeln und durch Transmission bei den Teilerspiegeln Intensität verloren; d. h. die Gesamtintensität nimmt für größere Zahlen k von Umläufen rasch ab. Dadurch erhält man im Ausgangsspektrum für die Messung hoher Momente M_k sehr geringe Intensitäten, die entsprechend ungenau gemessen werden können (Detektorrauschen!). Die einzelnen Normierungsfaktoren für die verschiedenen Umläufe können experimentell mit Hilfe eines Bildes mit bekannten Momenten bestimmt werden. Besser wäre es, wenn in den Rückkopplungsaufbau ein Lichtverstärker eingebaut werden könnte, der die Lichtintensität nach jedem Umlauf wieder auf die ursprüngliche Höhe bringt. Solche Lichtverstärker befinden sich noch im Versuchsstadium; bisher wurden meist relativ geringe Verstärkungsfaktoren erreicht (Ak-At-Le-80, Lae-Tsch-81). Für das Rückkopplungssystem kann auch ein Aufbau mit gekrümmten Spiegeln verwendet werden (Jab-Lee-75).

Eine andere Möglichkeit, nichtlineare Bildtransformationen und damit nach (GII.3) Histogramm-Merkmale zu erzeugen, sind nichtlineare optische Komponenten, z. B. Flüssigkristallkomponenten (Sa-St-Ta-81). Solche Komponenten sind jedoch bisher noch nicht genügend ortsinvariant und haben eine relativ geringe Graustufenauflösung.

II.3. Textursynthese

Bisher wurden für ein gegebenes Bild Histogramme analysiert und Merkmale von Histogrammen gemessen. Es gibt jedoch auch Probleme, wo man in umgekehrter Richtung vorgehen muß: Man hat Histogramme bzw. bestimmte Merkmale von Histogrammen gegeben, und daraus soll ein Bild mit diesen Merkmalen synthetisiert werden. Ein solches Problem tritt bei der Textursynthese auf: Hier sollen Texturen mit bestimmten statistischen Eigenschaften hergestellt werden. Solche Texturen sind z. B. nützlich, um mit ihrer Hilfe das Texturunterscheidungsvermögen des menschlichen Auges zu testen. Außerdem werden künstliche Texturen dazu verwendet, um ganze Bilder mit verschiedenen Texturbereichen zu synthetisieren (z. B. Synthese von natürlichen Szenen im Flugsimulator).

II.3.a) Texturmerkmale

Hier geht es um die Frage: Wodurch ist eine Textur bestimmt, d. h. welche Merkmale müssen vorgegeben sein, damit eine Textur daraus eindeutig synthetisiert werden kann? Es gibt verschiedene Ansätze, um Texturen zu klassifizieren. Dabei werden verschiedene statistische und strukturelle Merkmale von Texturen betrachtet, z. B. Häufigkeiten von Kanten im Bild, aber auch Eigenschaften von Bildtransformationen, z. B. Fouriertransformation (Hara-79). Hier soll zur Klassifizierung von Texturen ein Ansatz von Julesz verwendet werden (Jule-62, Jule-73). Danach ist eine Textur $t(x,y)$ eindeutig bestimmt durch ihr Histogramm erster Ordnung $n_1(t)$ und durch ihre Autokorrelation, die als Scharmittelwert über einem größeren Texturbereich betrachtet wird:

$$AC[t(x,y)] = \langle t(x'+x, y'+y) \cdot t^{(*)}(x', y') \rangle. \quad (GII.16)$$

(Es wurden allerdings auch schon spezielle Gegenbeispiele gefunden (Pr-Fa-Ga-81)). Für eine stationäre, ergodische Textur (siehe auch AI.1) ist dies gleich dem Ortsmittelwert:

$$AC[t(x,y)] = \iint t(x'+x,y'+y) \cdot t(x',y') dx' dy'. \quad (GII.17)$$

Man kann die Autokorrelation $AC[t(x,y)]$ als Darstellung verschiedener Histogrammeigenschaften im Ortsbereich auffassen: Betrachtet man eine Anordnung von je zwei Bildpunkten in der Textur $t(x',y')$, die durch den Ortsvektor (x,y) getrennt sind, so kann man ein Histogramm zweiter Ordnung $h_2(t, \bar{t}; x, y)$ definieren (siehe II.1.), das die Häufigkeiten aller Kombinationen der Grauwerte $t, \bar{t}$ der zwei Bildpunkte angibt. Für eine unendlich ausgedehnte Textur gibt die Autokorrelation an der Stelle (x,y) dann das zweite Moment $M_2(x,y)$ des Histogramms $h_2(t, \bar{t}; x, y)$ an (vgl. GII.3):

$$AC[t(x,y)] = \iint t(x'+x,y'+y) \cdot t(x',y') dx' dy' \propto \iint t \bar{t} \cdot h_2(t, \bar{t}; x, y) dt d\bar{t} = M_2(x,y),$$

und zwar für alle möglichen Werte von (x,y) . Eine äquivalente Beschreibung zur Autokorrelation im Ortsbereich liefert im Fourierspektrum $\tilde{t}(\nu, \mu)$ der Textur $t(x,y)$ das Leistungsspektrum (engl. power spectrum) $|\tilde{t}(\nu, \mu)|^2$:

$$\text{Fou} \{ AC[t(x,y)] \} = |\text{Fou} \{ t(x,y) \}|^2 = |\tilde{t}(\nu, \mu)|^2. \quad (GII.18)$$

Außer der Autokorrelation bzw. dem Leistungsspektrum ist zur eindeutigen Charakterisierung einer Textur auch noch das Histogramm erster Ordnung $h_1(t)$ nötig. Das erste Moment M_1 und das zweite Moment M_2 dieses Histogramms sind schon durch die Autokorrelation vorgegeben:

$$AC[t(0,0)] = \iint |t(x,y)|^2 dx dy \propto \int t^2 \cdot h_1(t) dt = M_2$$

$$\begin{aligned} \iint AC[t(x,y)] \, dx \, dy &= \iiint t(x'+x, y'+y) \cdot t(x', y') \, dx' \, dy' \, dx \, dy = \\ &= \iint [t(x', y') \iint t(x'+x, y'+y) \, dx \, dy] \, dx' \, dy' \\ &\propto \left[\int t \cdot h_1(t) \, dt \right]^2 = M_1^2. \end{aligned}$$

Die Autokorrelation einer Textur enthält Merkmale von Histogrammen zweiter Ordnung, die z. B. die Häufigkeit von Kannten im Bild angeben. Solche Histogramme sind zur Beschreibung eines Bildes viel wichtiger als Histogramme erster Ordnung (siehe II.2.A.a)). Deshalb ist zu erwarten, daß eine Textur schon allein durch ihre Autokorrelation recht gut beschrieben wird. Wie man aus einer gegebenen Autokorrelation bzw. aus einem gegebenen Leistungsspektrum optisch eine Textur synthetisieren kann, wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

II.3.b) Synthese einer Textur mit gegebener Autokorrelation durch Erzeugung von Laser-Speckles (Theorie)

Durch optische Erzeugung von Laser-Speckles mit einem geeigneten Filter kann man eine Textur mit vorgegebener Autokorrelation bzw. vorgegebenem Leistungsspektrum erzeugen. Im Prinzip kann man dazu den in Fig. 20 gezeigten Aufbau verwenden. Dabei wird kohärentes, monochromatisches Laser-Licht an einer Mattscheibe gestreut; hinter der Mattscheibe sitzt ein Filter mit der Amplitudentransmission $\tilde{p}_f(\nu, \mu)$. Die Struktur der Mattscheibe muß sehr viel feiner sein als die Struktur des Filters. In der hinteren Brennebene der Linse erhält man ein Specklemuster, dessen Statistik vom verwendeten Filter abhängt. Für die Autokorrelation der Intensität des Specklemusters $t(x,y)$ ergibt sich dann (siehe AI.5) und (Dain-75)):

$$S(x,y) = AC[t(x,y)] = C \cdot \left\{ |p_f \otimes p_f|^2(0,0) + |p_f \otimes p_f|^2(x,y) \right\}. \quad (\text{GII.19})$$

Dabei ist $p_f(x,y)$ die invers Fouriertransformierte von $\tilde{p}_f(\nu,\mu)$; C ist eine Konstante. Für das Leistungsspektrum ergibt sich:

$$\tilde{S}(\nu,\mu) = \langle |\tilde{t}(\nu,\mu)|^2 \rangle = C \cdot (|\tilde{p}_f|^2 \otimes |\tilde{p}_f|^2)(\nu,\mu) \cdot \{\delta(\nu,\mu) + 1\}. \quad (\text{GII.20})$$

Die Linse in Fig. 20 kann auch weggelassen werden; dadurch ändert sich nur der Maßstab der entstehenden Speckles (Gold-65).

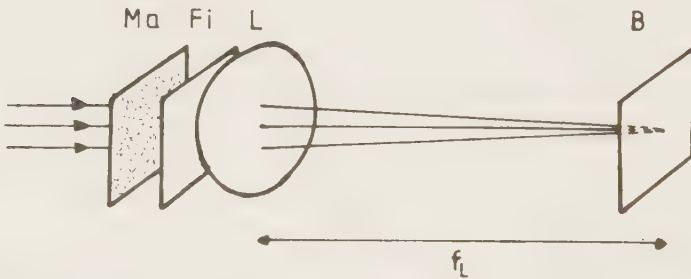


Fig. 20: Aufbau zur Textursynthese durch Erzeugung von Laserspeckles; Ma=Mattscheibe, Fi=Filter, L=Linse, B=Beobachtungsebene, f_L =Brennweite der Linse

II.3.b)(i) Genaue Berechnung des Filters

Unsere Aufgabe heißt nun: Für eine gegebene Autokorrelation $S(x,y)$ bzw. ein gegebenes Leistungsspektrum $\tilde{S}(\nu,\mu)$ soll ein passendes Filter $\tilde{p}_f(\nu,\mu)$ gefunden werden, das Laserspeckles mit der gegebenen Autokorrelation bzw. dem gegebenen Leistungsspektrum erzeugt. Zur genauen Konstruktion des Filters kann man in folgenden Schritten vorgehen:

Wir gehen aus von der Autokorrelation:

$$S(x,y) = |p_f \otimes p_f|^2(x,y) + |p_f \otimes p_f|^2(0,0). \quad (\text{GII.19})$$

Von dieser Funktion wird $S(0,0)/2$ subtrahiert:

$$S_1(x,y) = S(x,y) - S(0,0)/2 = |p_f \otimes p_f|^2(x,y) \geq 0. \quad (\text{GII.21})$$

Das Ergebnis muß nichtnegativ sein. Dies ist nur möglich, wenn die gegebene Autokorrelation $S(x,y)$ einen konstanten Untergrundterm hat, der halb so groß ist wie die Peakhöhe $S(0,0)$. Hat $S(x,y)$ keinen so hohen Untergrund (das ist im allgemeinen der Fall), so muß mit $S(x,y)$ statt mit $S_1(x,y)$ weitergerechnet werden. Die Autokorrelation des resultierenden Specklesmusters unterscheidet sich dann von $S(x,y)$ durch einen konstanten Term.

Wurzelziehen ergibt:

$$[S_1(x,y)]^{1/2} = |p_f \otimes p_f|(x,y).$$

Es wird eine Phase $\varphi(x,y)$ hinzugefügt und fouriertransformiert:

$$\text{Fou}\{[S_1(x,y)]^{1/2} \cdot e^{i\varphi(x,y)}\} = |\tilde{p}_f(\nu,\mu)|^2 \geq 0.$$

Dabei muß die Phase $\varphi(x,y)$ so gewählt werden, daß sich nach der Fouriertransformation eine reelle, nichtnegative Funktion ergibt. Dies kann z. B. mit einem Algorithmus zur Phasenrückgewinnung geschehen (Fien-78, Ger-Sax-72, Dall-75).

Nach erneutem Wurzelziehen und Hinzufügen einer beliebigen Phase $\psi(\nu,\mu)$ erhält man die Filterfunktion $\tilde{p}_f(\nu,\mu)$:

$$\begin{aligned} \left\{ \text{Fou}\{[S_1(x,y)]^{1/2} \cdot e^{i\varphi(x,y)}\} \right\}^{1/2} \cdot e^{i\psi(\nu,\mu)} &= \\ = |\tilde{p}_f(\nu,\mu)| \cdot e^{i\psi(\nu,\mu)} &= \tilde{p}_f(\nu,\mu). \end{aligned} \quad (\text{GII.22})$$

Es kann z. B. eine konstante Phase $\psi=0$ gewählt werden, so daß sich für $\tilde{p}_f(\nu,\mu) = |\tilde{p}_f(\nu,\mu)|$ ein reines Amplitudenfilter ergibt.

Wie schon erwähnt, ist bei vielen natürlichen Texturen der konstante Untergrund der Autokorrelation nicht so hoch, wie in (GII.21) gefordert wird. Wählt man zur Konstruktion des Filters nach (GII.22) $S(x,y)$ statt $S_1(x,y)$, so hat die Autokorrelation $S_p(x,y)$ des resultierenden Specklemusters einen zu hohen Untergrund; sie ist nämlich nach (GII.19)

$$S_p(x,y) = S(x,y) + S(0,0).$$

Vergleicht man ein solches Specklemuster mit einer Originaltextur $t(x,y)$, die die Autokorrelation $S(x,y)$ hat, so sieht man, daß man durch Addition einer konstanten Intensität zu $t(x,y)$ auch die Autokorrelation $S_p(x,y)$ erhalten kann. Der visuelle Bildeindruck der Textur wird dadurch nicht wesentlich verändert, sie erscheint nur insgesamt heller. Dies ist ein Indiz dafür, daß eine additive Konstante in der Autokorrelation am visuellen Bildeindruck nicht allzu viel ändert.

II.3.b)(ii) Vergleich mit digitalen Methoden

Die durch (GII.22) beschriebene Methode zur Filterkonstruktion hat einen großen Nachteil: Sie muß digital durchgeführt werden, und sie ist ziemlich aufwendig; dies gilt vor allem für den Algorithmus zur Phasenrückgewinnung. Nachdem das Filter digital berechnet wurde, muß es noch punktweise auf Film geschrieben werden. Aufgrund dieser Nachteile erscheint es zweifelhaft, ob diese Methode der Textursynthese mit rein digitalen Methoden konkurrieren kann, zumal mit digitalen Methoden auch gleichzeitig das Histogramm der Textur richtiggestellt werden kann: Dabei gibt man z. B. ein Bild mit dem richtigen Histogramm erster Ordnung vor, und die einzelnen Bildpunkte werden iterativ so lange miteinander vertauscht, bis sich die richtige Autokorrelation ergibt (Gag-Ma-82). Die optische Methode hat allerdings einen Vorteil:

Das entstehende Speckle-Muster hat ein relativ großes Orts-Bandbreite-Produkt, das in etwa dem Orts-Bandbreite-Produkt des Systems Mattscheibe $\times$ Filter entspricht (zum Orts-Bandbreite-Produkt siehe Anhang AII.2.d). Die Frequenz-Bandbreite $\Delta\nu$ ist durch die Ausdehnung $\Delta\nu_f$ der Filterfunktion gegeben, während die Frequenz-Auflösung $\delta\nu$ durch die Auflösung $\delta\nu_m$ der Mattscheibe bestimmt wird (die Auflösung $\delta\nu_m$ der Mattscheibe muß viel feiner sein als die Auflösung $\delta\nu_f$ des Filters). Ist die zu erzeugende Textur relativ grob, und sind ihre statistischen Eigenschaften schon innerhalb eines kleinen Texturbereichs bestimmt, so ist das Orts-Bandbreite-Produkt ihrer Autokorrelation klein und damit auch das des Filters $\Delta\nu_f/\delta\nu_f$. Je nachdem, wie grob die Auflösung $\delta\nu_f$ des Filters gegenüber der Auflösung der Mattscheibe $\delta\nu_m$ ist, kann das Verhältnis des Orts-Bandbreite-Produkts $\Delta\nu_f/\delta\nu_m$ des Speckle-Bilds zum Orts-Bandbreite-Produkt $\Delta\nu_f/\delta\nu_f$ des Filters im Bereich $\Delta\nu_f/\delta\nu_m \approx 10^2 \dots 10^4$ und höher liegen; d. h. die Anzahl der Bildpunkte des entstehenden Specklemusters ist etwa 10^2 bis 10^4 mal größer als die Anzahl der Punkte im Filter, die berechnet werden müssen. Bei digitalen Methoden werden dagegen meist alle Bildpunkte der Textur einzeln berechnet.

Die optische Methode kann also Vorteile bieten, wenn ein großes Stück Textur erzeugt werden soll, wobei die Autokorrelation nur relativ grob gegeben ist.

II.3.b)(iii) Einfaches Filter für geringe Genauigkeit

Wenn es auf die Genauigkeit der Autokorrelation nicht allzu sehr ankommt, kann näherungsweise ein sehr einfaches Filter $\tilde{p}_f(\nu, \mu)$ verwendet werden, das nicht digital berechnet werden muß. Hat man ein Stück Originaltextur $t(x, y) = |t_A(x, y)|^2$ (Amplitudentransmission $t_A(x, y)$) gegeben, so kann man dies optisch fouriertransformieren und das Fourierspektrum fotografieren (siehe Anhang AII.2.b). Dadurch gewinnt man ein Fil-

ter mit der Amplitudentransmission:

$$\tilde{p}_f(\nu, \mu) = |\tilde{t}(\nu, \mu)|.$$

Dieses Filter liefert nach (GII.19) ein Specklemuster mit der Intensitäts-Autokorrelation:

$$\begin{aligned} S_p(x, y) &\propto |p_f \otimes p_f|^2(x, y) + |p_f \otimes p_f|^2(0, 0) = \\ &= |t_A \otimes t_A|^2(x, y) + |t_A \otimes t_A|^2(0, 0). \end{aligned}$$

Die Intensitäts-Autokorrelation $S_t(x, y)$ der Originaltextur ist dagegen:

$$S_t(x, y) \propto (|t_A|^2 \otimes |t_A|^2)(x, y).$$

Da die Quadratbildung eine relativ "weiche" Operation ist, unterscheiden sich $S_p(x, y)$ und $S_t(x, y)$ bis auf eine additive Konstante nicht allzu sehr; die Unterschiede hängen allerdings stark von der verwendeten Textur ab. Fig. 21 zeigt zwei Beispiele. Für die binäre Textur sind die Unterschiede besonders krass, da hier die Operation $|\dots|^2$ in $S_t(x, y)$ nichts verändert, während die Operation $|\dots|^2$ in $S_p(x, y)$ deutliche Veränderungen hervorruft.

II.3.c) Experiment

Zu Textursynthese wurde der Aufbau von Fig. 20 mit einem Helium-Neon-Laser verwendet. Eine gegebene Originaltextur (Fig. 22a) wurde zunächst in diesem Aufbau fouriertransformiert, wobei die Textur an die Stelle des Systems Mattscheibe + Filter gesetzt wurde. Das Fourierspektrum wurde fotografiert, umkopiert (Fig. 22b) und als Filter verwendet (siehe II.3.b)(iii)). Setzt man dann das System Mattscheibe + Filter wieder in den Aufbau ein, so erhält man in der Fourierebene das Specklebild

(Fig.22c). Beim hier verwendeten Filter unterscheiden sich die Autokorrelation der Originaltextur und die des Specklebildes etwas voneinander (siehe II.3.b)(iii)). Außerdem stimmt das Histogramm des Specklemusters ($h_1(t) \propto e^{-t/b^2}$ (Dain-75)) nicht genau mit dem Histogramm der (fast binären) Originaltextur überein. Immerhin kann man erkennen, daß das Specklebild ähnliche horizontale und vertikale Strukturen aufweist wie das Originalbild.

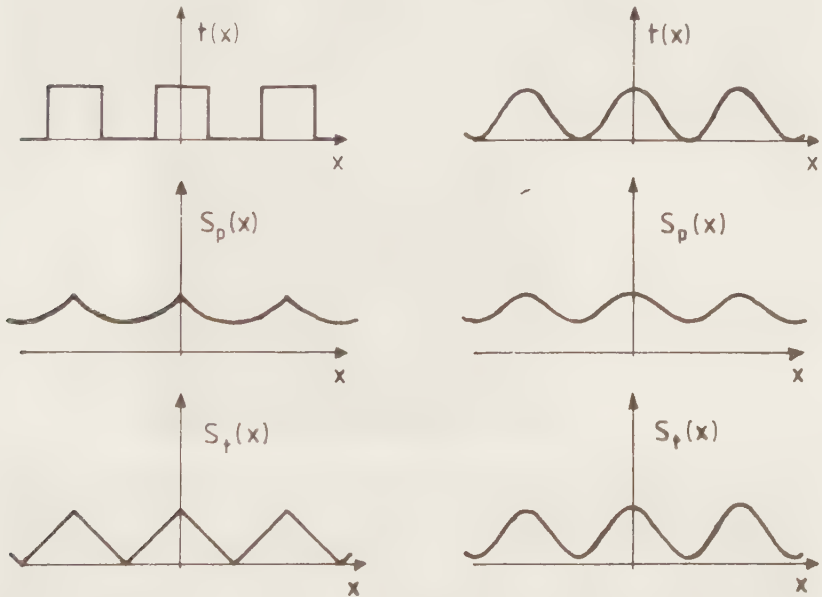
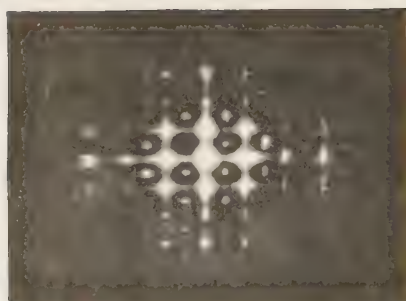


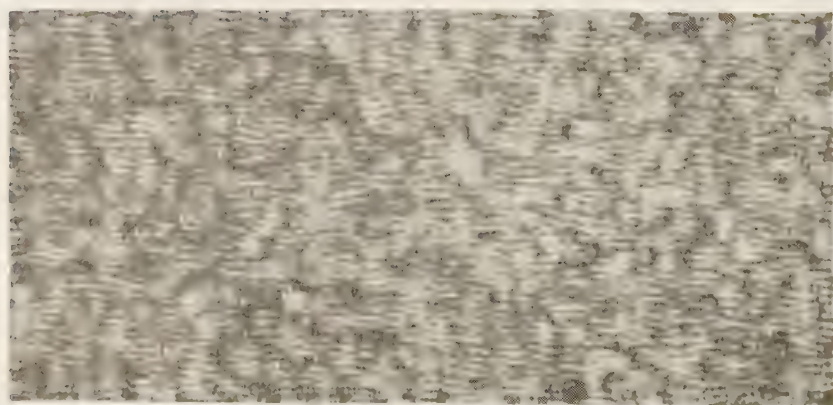
Fig. 21: Textur $t(x)$, Autokorrelation des Specklemusters $S_p(x)$, Autokorrelation der Originaltextur $S_t(x)$
a) für $t(x) = \text{rect}(2x/x_0) * \text{comb}(x/x_0)$ (binär),
b) für $t(x) = (1 + \cos(2\pi x/x_0))/2$



(a)



(b)



(c)

Fig. 22: a) Originaltextur: Stoff, b) Fourierspektrum,
c) als Specklemuster synthetisierte Textur

II.3.d) Änderung des Histogramms

Will man eine Originaltextur genauer synthetisieren, so müssen außer der Autokorrelation auch die Histogramme erster Ordnung $h_1(t)$ der Originaltextur und der synthetisierten Textur übereinstimmen. Mit der vorher beschriebenen Methode wurde ein Specklebild mit einer gegebenen Autokorrelation produziert. Das Histogramm $h_1(t_s)$ eines Specklemusters $t_s(x,y)$ hat die Form (Dain-75):

$$h_1(t_s) = 1/(2b^2) \cdot e^{-t_s/(2b^2)} \quad (\text{für } t_s > 0).$$

Im allgemeinen hat das Histogramm der Originaltextur nicht genau diese Form; es kann z. B. gaußförmig sein. Wie kann man das Histogramm eines vorgegebenen Bildes verändern?

Gegeben sei ein Bild $t(x,y)$, dessen Grauwerte die Wahrscheinlichkeitsdichte $h_1(t)$ haben, d. h. die Grauwerte im Intervall $[t, t+dt[$ haben die Wahrscheinlichkeit $h_1(t)dt$. Die Grauwerte sollen mit einer Funktion $f(t)$ so transformiert werden, daß das transformierte Bild $f[t(x,y)]$ ungefähr das Histogramm $\bar{h}_1(f)$ hat. Teilt man die Grauwerte f des transformierten Bildes in gleichlange Grauwertintervalle $[f_k, f_k + \delta f[$ ein (innerhalb dieser Intervalle soll $\bar{h}_1(f)$ ungefähr konstant sein), so muß jedem Intervall $F_k = [f_k, f_k + \delta f[$ ein Intervall $T_k = [t_k, t_k + \delta t_k[$ so zugeordnet werden, daß die Grauwertwahrscheinlichkeit der Werte f aus F_k gleich ist der Grauwertwahrscheinlichkeit der Werte t aus T_k :

$$\bar{h}_1(f_k) \cdot \delta f \approx \int_{f_k}^{f_k + \delta f} \bar{h}_1(f) df = \int_{t_k}^{t_k + \delta t_k} h_1(t) dt \approx h_1(t_k) \cdot \delta t_k. \quad (\text{GII.23})$$

Die Intervallbreiten δt_k hängen also von $\bar{h}_1(f_k)$ und $h_1(t_k)$ ab:

$$\delta t_k / \delta f \approx \bar{h}_1(f_k) / h_1(t_k).$$

Dabei ist t_k die Summe aller vorhergehenden Intervallbreiten:

$$t_k = \sum_{k'=1}^{k-1} \delta t_{k'} .$$

Fig. 23 zeigt ein Beispiel: Die Funktion $h_1(t)$ wird in verschieden lange Intervalle eingeteilt; diese werden durch die Transformation $f(t)$ auf entsprechende gleichlange Intervalle von $\bar{h}_1(f)$ abgebildet, so daß die entsprechenden Intervallflächen nach (GII.23) übereinstimmen. Kennt man die Histogramme $h_1(t)$ und $\bar{h}_1(f)$, so kann man eine geeignete Bildtransformation $f(t)$ berechnen. Zur Realisierung kann die optisch-elektronische nichtlineare Komponente benutzt werden.

Ein Problem dabei ist, daß sich bei der Transformation $f(t)$ eines Specklebildes $t(x,y)$ nicht nur das Histogramm ändert, sondern auch die Autokorrelation. Es gibt zwei Möglichkeiten, um mit den geschilderten Verfahren eine Textur zu erzeugen, die das gewünschte Histogramm und die gewünschte Autokorrelation hat:

(i) Man stellt ein Specklemuster mit der gewünschten Autokorrelation bzw. dem gewünschten Leistungsspektrum her, mißt das Histogramm und vergleicht es mit dem gewünschten Histogramm. Stimmen beide Histogramme nicht überein, so transformiert man das Specklemuster mit einer geeigneten Funktion $f(t)$, die das Histogramm in der gewünschten Weise verändert. Am transformierten Muster mißt man das Leistungsspektrum; stimmt es nicht mehr mit dem gegebenen Leistungsspektrum überein, so konstruiert man ein Filter, das z. B. durch optische spatiale Filterung (siehe Anhang AII.2.c) oder durch digitale Filterung das Leistungsspektrum verändert. Am gefilterten Bild muß man evtl. wieder das Histogramm ändern, dann wieder das Leistungsspektrum usw. (Fig. 24). Dabei müßte man in jedem Schritt das Filter zur Änderung des Leistungsspektrums und die Funktion $f(t)$ zur Histogrammänderung möglichst so geschickt wählen, daß das Verfahren schnell konvergiert.

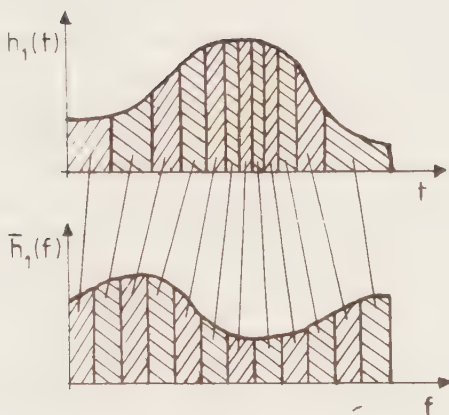


Fig. 23: Histogrammtransformation: Zuordnung entsprechender Grauwertintervalle $[t_k \dots t_k + \delta t_k]$ und $[f_k \dots f_k + \delta f]$

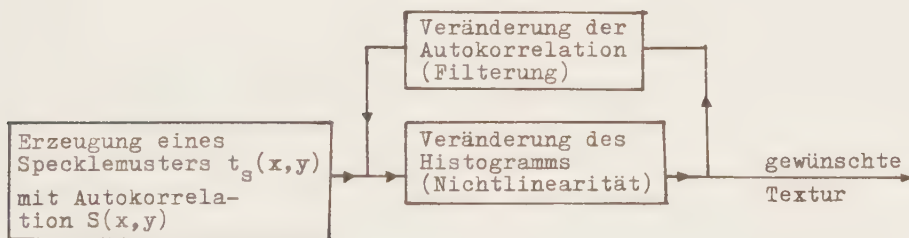


Fig. 24: Iterativer Prozeß zur Textursynthese mit gegebener Autokorrelation und gegebenem Histogramm

Muß man alle diese Schritte mehrmals durchführen, um die gewünschte Textur zu erhalten, so ist das Verfahren sehr aufwendig. Weicht allerdings bereits am Anfang das Histogramm des Specklemusters nicht sehr stark vom gewünschten Histogramm ab und ist die gewünschte Genauigkeit von Histogramm und Autokorrelation relativ niedrig, so kann man das Verfahren schon nach dem ersten Schritt (Histogramm-Veränderung) abbrechen. Für die Funktion $f(t)$ wählt man hier am besten eine möglichst "weiche", d. h. nur langsam über t veränderliche Funktion, so daß das Histogramm zwar evtl. nicht ganz genau angepaßt wird, aber sich auch die Autokorrelation nur wenig ändert.

(ii) Man kann auch die Textur $t(x,y)$ multiplikativ aus zwei Specklemustern zusammensetzen. Dabei muß das erste Specklemuster $t'(x,y)$ das vorgegebene Leistungsspektrum $\tilde{S}(\nu,\mu)$ haben und ein schmales Histogramm:

$$|\tilde{t}(\nu,\mu)|^2 \propto \tilde{S}(\nu,\mu) \text{ und } h'_1(t') \approx \delta(t'-t_0) \text{ mit } t_0 \approx 1.$$

Das zweite Specklemuster $t''(x,y)$ hat dagegen ein schmales Leistungsspektrum und das vorgegebene Histogramm $h_1(t)$:

$$|\tilde{t}(\nu,\mu)|^2 \approx \delta(\nu,\mu) \text{ und } h''_1(t'') = h_1(t''/t_0).$$

Ist $|\tilde{t}(\nu,\mu)|^2 \approx \delta(\nu,\mu) \approx |\delta(\nu,\mu)|^2$, so gilt für $\tilde{t}(\nu,\mu)$:

$$\tilde{t}(\nu,\mu) \approx \delta(\nu,\mu) \cdot e^{i\varphi(\nu,\mu)}.$$

Varriert die Phase $\varphi(\nu,\mu)$ nur wenig (gegenüber π) in dem schmalen Bereich von $\tilde{t}(\nu,\mu)$, so kann man den ungefähr konstanten Faktor $e^{i\varphi(\nu,\mu)}$ weglassen: $\tilde{t}(\nu,\mu) \approx \delta(\nu,\mu)$. Multipliziert man nun beide Specklemuster, so hat die entstehende Textur $\bar{t}(x,y) = t'(x,y) \cdot t''(x,y)$ das Histogramm (Papo-65):

$$\bar{h}_1(t=t''') = \int h'_1(t') \cdot h''_1(t/t') dt' \approx \int \delta(t'-t_0) \cdot h_1(t/(t_0 t')) dt' = h_1(t).$$

Das Leistungsspektrum der Textur $\tilde{t}(x,y)$ ist dann:

$$|\tilde{t}(\nu,\mu)|^2 = |\tilde{t}(\nu,\mu) * \tilde{t}(\nu,\mu)|^2 \approx |\tilde{t}(\nu,\mu) * \delta(\nu,\mu)|^2 = |\tilde{t}(\nu,\mu)|^2 \\ \propto \tilde{S}(\nu,\mu).$$

Wir erhalten also eine Textur $\tilde{t}(x,y)$ mit den gewünschten statistischen Eigenschaften. Dabei hat man allerdings zweimal das gleiche Problem wie in (i): Man muß zweimal ein Specklemuster mit vorgegebenem Histogramm und vorgegebener Autokorrelation erzeugen. Ist die gewünschte Genauigkeit von Histogramm und Autokorrelation nicht sehr groß, so kann man hier die Genauigkeitsanforderungen aufteilen: Im ersten Specklemuster muß das Histogramm und im zweiten Specklemuster die Autokorrelation nicht sehr genau sein (die ungefähr δ -förmigen Funktionen dürfen eine endliche Breite haben). Man führt dann den in (i) gegebenen Iterationsschritt jeweils einmal durch, d. h. man erzeugt jeweils ein Specklebild mit der gewünschten Autokorrelation und transformiert es in der nichtlinearen Komponente. Die Transformation $f(t)$ wird dabei jeweils entsprechend den vorgegebenen Genauigkeitsanforderungen für Histogramm und Autokorrelation gewählt.

Die Methoden zur Histogramm-Änderung wurden nicht experimentell getestet. Da beim durchgeführten Experiment (siehe II.3.c) schon die gewünschte Autokorrelation nur ungenau realisiert wurde, waren durch Histogramm-Änderung keine großen Verbesserungen zu erwarten, zumal die geschilderten Methoden auch ziemlich ungenau sind, wenn nicht iterativ vorgegangen wird.

III. HISTOGRAMME VON BILDERN IN DER FOURIERDOMÄNE

III.0. Plan

Bisher wurden Histogramme von Bildern in Ortsdarstellung behandelt. In diesem Kapitel betrachten wir Histogramme der Fouriertransformierten von Bildern.

Zunächst werden Bildsequenzen untersucht (eine Bildsequenz ist z. B. eine Filmszene). Gemessene Histogramme zeigen, daß sich die Fourieramplituden der Einzelbilder von Bild zu Bild meist nicht sehr stark ändern (III.1.a); d. h. die Fourieramplituden sind für den Bildeindruck weniger wichtig als die Fourierphasen.

Zwei Anwendungen dieses Ergebnisses werden hier gezeigt:

Zum einen wird untersucht, wie gut sich die Einzelbilder in Bildsequenzen jeweils aus ihrer richtigen Fourierphase und aus einer gemittelten Fourieramplitude rekonstruieren lassen; dies kann man z. B. zur Datenkompression bei Bildsequenzen verwenden (III.1.b)). Eine andere Anwendung ist ein Zweiweg-Assoziativspeicher, der z. B. als holografisches Filter realisiert werden kann: Ein solches Filter kann jedes von zwei einander zugeordneten Bildern in das andere Bild verwandeln, z. B. das geschriebene Wort "Hund" in das Bild eines Hundes und umgekehrt. Das Filter wird so berechnet, daß die gefilterten Bilder von den zugeordneten Originalbildern minimale Abweichungen haben (III.1.c)).

In einem weiteren Projekt werden Histogramme der Fourierspektren von Bildern nicht nur untersucht, sondern auch verändert: Zur kohärent-optischen Zeichenerkennung mit maximalem Signal-zu-Rausch-Verhältnis kann das Vander Lugt'sche "matched filter" (Vand-64) verwendet werden, wobei im Fourierspektrum eines Bildes gefiltert wird. Aus dem Histogramm der Fourieramplituden des Bildes kann man unter anderem ansehen, wie gleichmäßig die Amplitudenwerte im Fourierspektrum verteilt sind.

Je gleichmäßiger diese Verteilung ist, desto höher ist die Lichtausbeute bei der optischen Filterung. Man kann nun hinter das Objekt ein Phasenfilter stellen, das für eine gleichmäßigere Verteilung der Lichtamplitude im Fourierspektrum sorgt, wobei sich das Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei der Filterung nur wenig ändert (III.2.).

III.1. Histogramme der Fouriertransformierten von Bildern, mit Anwendungen

III.1.a) Histogramme der Fouriertransformierten von Einzelbildern in Bildsequenzen

In einer Bildsequenz unterscheiden sich die Einzelbilder oft hauptsächlich dadurch, daß eines oder mehrere Bilddetails verschoben sind (z. B. fahrendes Auto in einer Filmszene), während der Hintergrund in allen Bildern etwa gleich ist. Deshalb kann man erwarten, daß sich auch die Fourieramplituden der Einzelbilder nur wenig unterscheiden. Diese Vermutung wird im folgenden untersucht:

Einzelne Bilder einer Bildsequenz (Fig.25) wurden über eine Fernsehkamera auf Videoband aufgenommen und von dort in einem Rechner PDP 11/34 eingelesen. Jedes Bild $u_n(x,y)$ (n ist die Nummer des Bildes in der Sequenz) wurde fouriertransformiert und in Amplitudenfaktor und Phasenfaktor aufgeteilt:

$$\tilde{u}_n(\nu,\mu) = A_n(\nu,\mu) \cdot e^{i\varphi_n(\nu,\mu)}.$$

An jeder Stelle (ν,μ) des Fourierspektrums wurde die relative Differenz $\Delta A_n(\nu,\mu) = |A_n(\nu,\mu) - A_1(\nu,\mu)| / A_1(\nu,\mu)$ zwischen der Fourieramplitude $A_n(\nu,\mu)$ des n -ten Bildes und der Fourieramplitude $A_1(\nu,\mu)$ des ersten Bildes berechnet. Durch Mittelung über alle Koordinaten (ν,μ) ergab sich das Histogramm $h(\Delta A_n, n)$, das die relative Häufigkeit der Werte ΔA_n im Fourier-

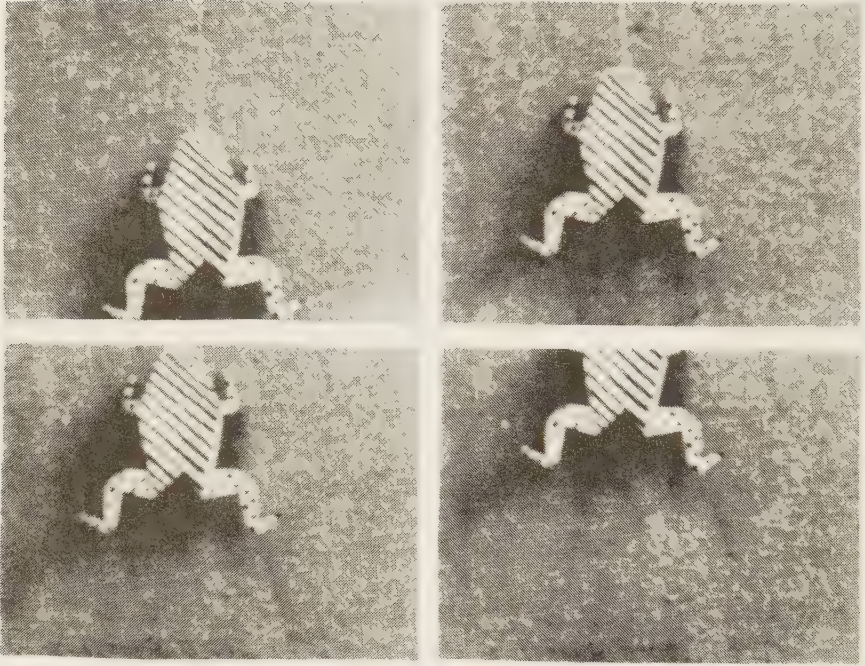


Fig. 25: Bildsequenz: Bewegter Papierfrosch

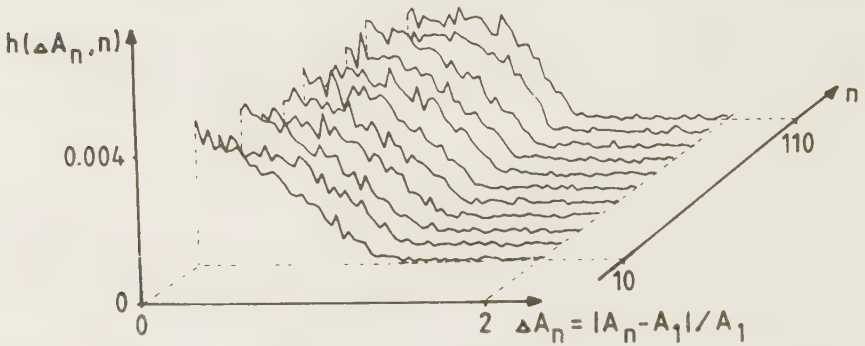


Fig. 26: Histogramm $h(\Delta A_n, n)$ der relativen Differenzen $\Delta A_n = |A_n - A_1| / A_1$ der Fourieramplituden A_n des n -ten und A_1 des ersten Bildes

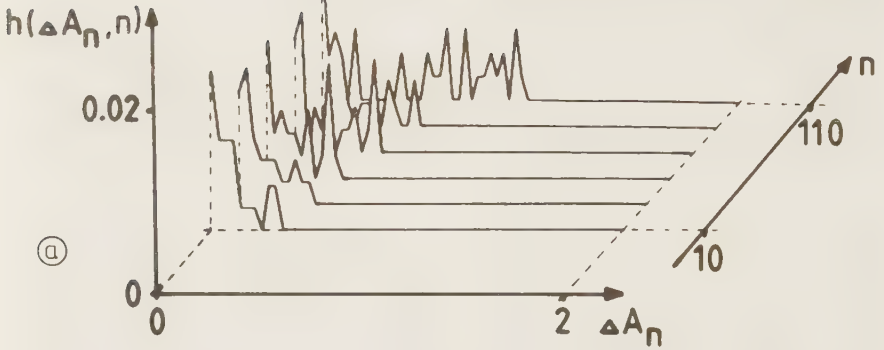
spektrum des n-ten Bildes angibt (Fig.26). Für jedes n hat das Histogramm einen Peak bei $\Delta A_n = 0$ und fällt für größere ΔA_n ab; etwa 80-90 % der Werte von ΔA_n liegen im Intervall $[0,1]$. Eine Aufteilung von ΔA_n bezüglich der Größe der Amplitudenwerte A_1 des ersten Bildes liefert genauere Aufschlüsse:

Für große Werte von A_1 (Fig.27a), die gewöhnlich bei niedrigen Ortsfrequenzen auftreten, ist das Histogramm ziemlich schmal, d. h. die Amplitude A_n unterscheidet sich im allgemeinen nur wenig von A_1 . Für kleinere Werte von A_1 (Fig.27b), die meist bei höheren Ortsfrequenzen auftreten, ist das Histogramm breiter, d. h. die relativen Abweichungen von A_n und A_1 sind größer.

Es wurden auch Histogramme gemessen, die die relative Häufigkeit $h(\Delta\varphi_n, n)$ der Phasenänderungen $\Delta\varphi_n(\nu, \mu) = \varphi_n(\nu, \mu) - \varphi_1(\nu, \mu)$ (modulo 2π) zwischen der Fourierphase $\varphi_n(\nu, \mu)$ des n-ten Bildes und der Fourierphase $\varphi_1(\nu, \mu)$ des ersten Bildes zeigen. Für die Bildsequenz von Fig. 25 ist dieses Histogramm (Fig.28) für alle n fast über dem gesamten Bereich $[0, 2\pi]$ größer als Null, jedoch sind kleine Phasenänderungen häufiger als größere. Für andere Bildsequenzen können die Phasenhistogramme jedoch auch ganz anders aussehen. In einer später gezeigten Bildsequenz (Fig.31, 32a) sind die Phasendifferenzen $\Delta\varphi_n(\nu, \mu)$ über den ganzen Bereich $0 \leq \Delta\varphi_n \leq 2\pi$ etwa gleichverteilt für alle n.

Das hier gewonnene Ergebnis unterstützt die These, daß bei Einzelbildern in Bildsequenzen die Fourieramplitude viel weniger wichtig für den Bildeindruck ist als die Fourierphase. Dies gilt sogar für verschiedene Bilder, die nicht in einer gemeinsamen Bildsequenz vorkommen (Opp-Lim-81).

$$\log(A_1) \geq [\log(A_{\max})]/2$$



$$\log(A_1) < [\log(A_{\max})]/2$$

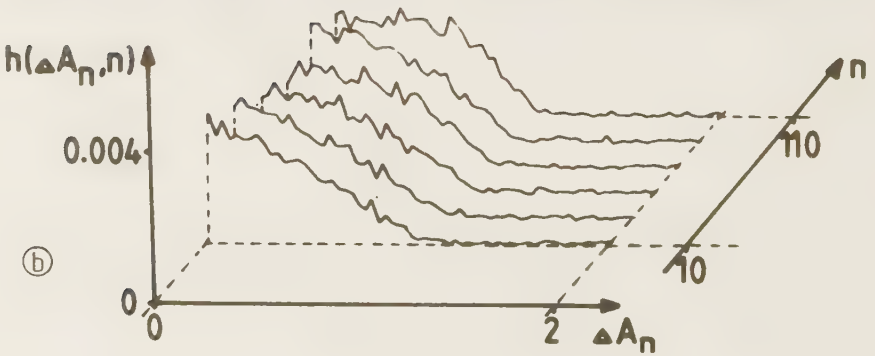


Fig. 27: Histogramm $h(\Delta A_n, n)$; a) für $\log(A_1) \geq \log(A_{\max}/2)$,
 b) für $\log(A_1) < \log(A_{\max}/2)$
 $A_{\max}$ =maximale Fourieramplitude des ersten Bildes

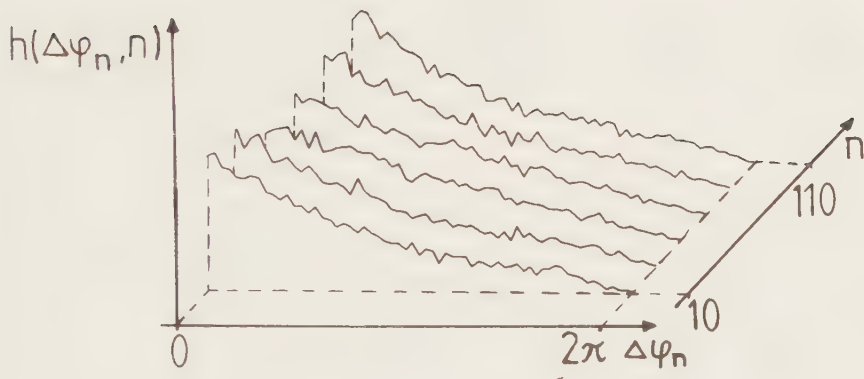


Fig. 28: Histogramm $h(\Delta\varphi_n, n)$ der Phasendifferenzen $\Delta\varphi_n = \varphi_n - \varphi_1$ der Fourierphasen φ_n des n -ten und φ_1 des ersten Bildes für die Bildsequenz von Fig. 25

III.1.b) Anwendung: Ersetzen der Einzelamplituden durch eine mittlere Fourieramplitude

Da die Fourieramplitude in Bildsequenzen weniger wichtig ist als die Fourierphase, kann man versuchen, jedes Einzelbild einer Sequenz aus seiner korrekten Fourierphase und einer geschätzten Fourieramplitude zu rekonstruieren. Die geschätzte Fourieramplitude ist dabei für alle Bilder der Sequenz gleich; sie wird hier durch Mittelung über die Fourieramplituden der ersten Bilder der Sequenz gewonnen, oder sie ist einfach die Fourieramplitude des ersten Bildes. Aus den Ergebnissen des vorigen Abschnitts (Fig.27) kann man erwarten, daß die groben Strukturen der Einzelbilder (niedrige Ortsfrequenzen, hohe Fourieramplituden) recht gut rekonstruiert werden, während bei den feineren Strukturen (hohe Ortsfrequenzen, niedrige Fourieramplituden) etwas größere Fehler auftreten. Falls

die experimentellen Ergebnisse diese Annahme bestätigen, kann man das Verfahren zur Datenkompression bei der Codierung von Bildsequenzen ausnutzen. Da man für jedes Bild nur seine Fourierphase und für alle Bilder einmal eine gemeinsame Fourieramplitude codieren muß, geht der erreichbare Datenkompressionsfaktor für eine lange Bildsequenz gegen 1/2.

III.1.b)(i) Theorie

Eine einfache Abschätzung zeigt, wie die angegebene Methode funktionieren kann. Der Einfachheit halber werden alle Berechnungen hier nur für eindimensionale Bilder gezeigt; zweidimensionale Bilder lassen sich analog verarbeiten.

Wir gehen aus von einer Bildsequenz, die einen starren Körper $v_0(x)$ zeigt, der sich über einen unveränderlichen Hintergrund $b(x)$ bewegt. Außerdem definieren wir eine Maske $m(x)$, die innerhalb der Begrenzungslinie des Objekts $v_0(x)$ den Wert 1 hat und außerhalb 0 ist. Dann kann man das erste Bild $u_1(x)$ der Sequenz folgendermaßen beschreiben:

$$u_1(x) = b(x) \cdot [1 - m(x)] + v_0(x).$$

Seine Fouriertransformierte ist:

$$\tilde{u}_1(\nu) = \tilde{b}(\nu) * [\delta(\nu) - \tilde{m}(\nu)] + \tilde{v}_0(\nu).$$

Im n -ten Bild $u_n(x)$ der Sequenz ist das Objekt $v_0(x)$ um eine Strecke x_n gegenüber dem ersten Bild verschoben:

$$u_n(x) = b(x) \cdot [1 - m(x - x_n)] + v_0(x - x_n).$$

Seine Fouriertransformierte ist:

$$\tilde{u}_n(\nu) = \tilde{b}(\nu) * [\delta(\nu) - \tilde{m}(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu x_n}] + \tilde{v}_0(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu x_n}.$$

Wird die Fourieramplitude des n-ten Bildes durch die Fourieramplitude des ersten Bildes ersetzt, so hängt die Qualität des rekonstruierten n-ten Bildes stark von der Struktur des Hintergrunds $b(x)$ ab. Ist $b(x)$ ungefähr konstant, d. h. ist $\tilde{b}(\nu) \neq 0$ nur in einem schmalen Bereich um $\nu=0$ herum und $\tilde{b}(\nu) \approx 0$ für höhere Ortsfrequenzen, so kann man die Fouriertransformierten approximieren durch:

$$\tilde{u}_1(\nu) \approx \tilde{b}(0) \cdot [\delta(\nu) - \tilde{m}(\nu)] + \tilde{v}_0(\nu) \quad \text{und}$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_n(\nu) &\approx \tilde{b}(0) \cdot [\delta(\nu) - \tilde{m}(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu x_n}] + \tilde{v}_0(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu x_n} \\ &\approx \tilde{u}_1(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu x_n}. \end{aligned}$$

Jetzt sind die Fourieramplituden $|\tilde{u}_n(\nu)|$ und $|\tilde{u}_1(\nu)|$ ungefähr gleich. Ersetzt man $|\tilde{u}_n(\nu)|$ durch $|\tilde{u}_1(\nu)|$, so ändert sich fast nichts, und die rekonstruierten Bilder sind fast gleich zu den Originalbildern $u_n(x)$.

Allerdings ist die Sache nicht ganz so einfach, wenn der Hintergrund eine örtlich variierende Struktur hat, und/oder wenn das bewegte Objekt seine Form ändert (ein gehender Mensch ändert z. B. die Stellung seiner Arme und Beine). Solche Bildsequenzen werden im nächsten Abschnitt untersucht.

II.1.b)(ii) Rechnersimulationen

Die Methode wurde an zwei verschiedenen Bildsequenzen getestet. Dabei wurden jeweils die Einzelbilder in der PDP11/34 fouriertransformiert, und ihre Fourieramplituden wurden durch eine geschätzte Fourieramplitude ersetzt. Die damit rekonstruierten Bilder wurden mit den Originalbildern verglichen.

Die erste Bildsequenz (Fig. 25, 29, 30a) zeigt einen Papierfrosch mit hohen Ortsfrequenzen (Streifen und Punkte) vor einem Hintergrund aus grobem Karton, der hauptsächlich niedrige Ortsfrequenzen enthält. Zuerst wurden die Fourieramplituden der



Fig. 29: Froschsequenz: Erste drei Bilder

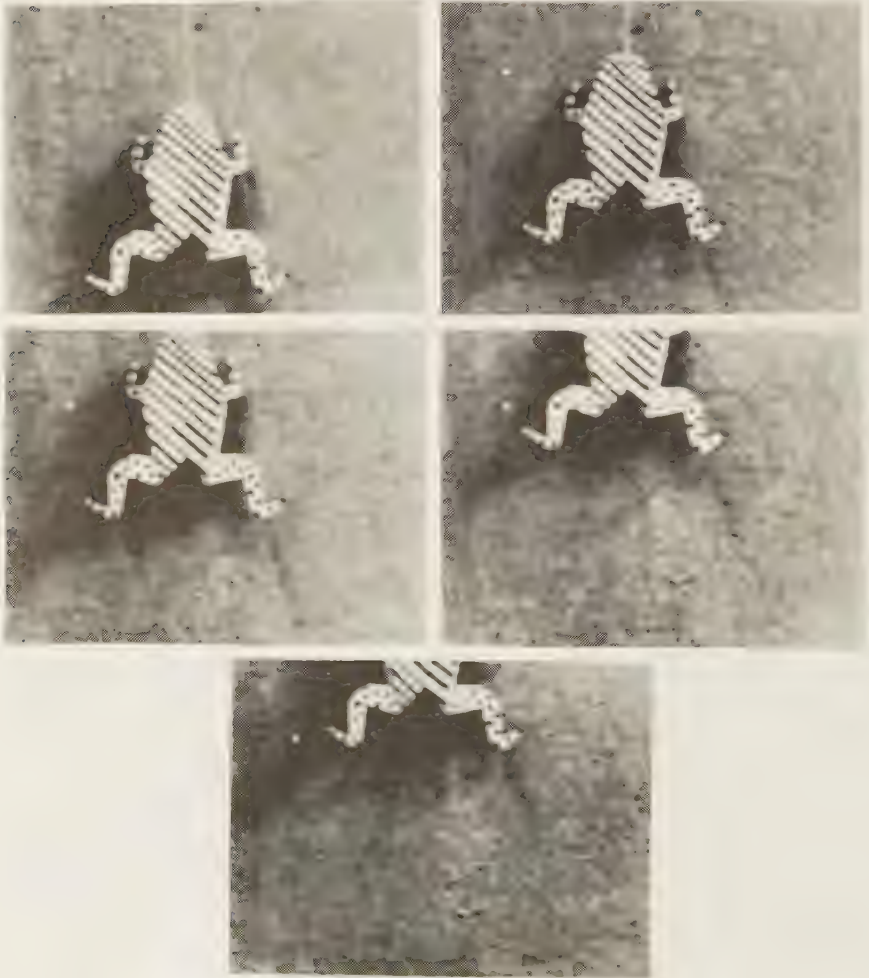


Fig. 30a): Originalbilder

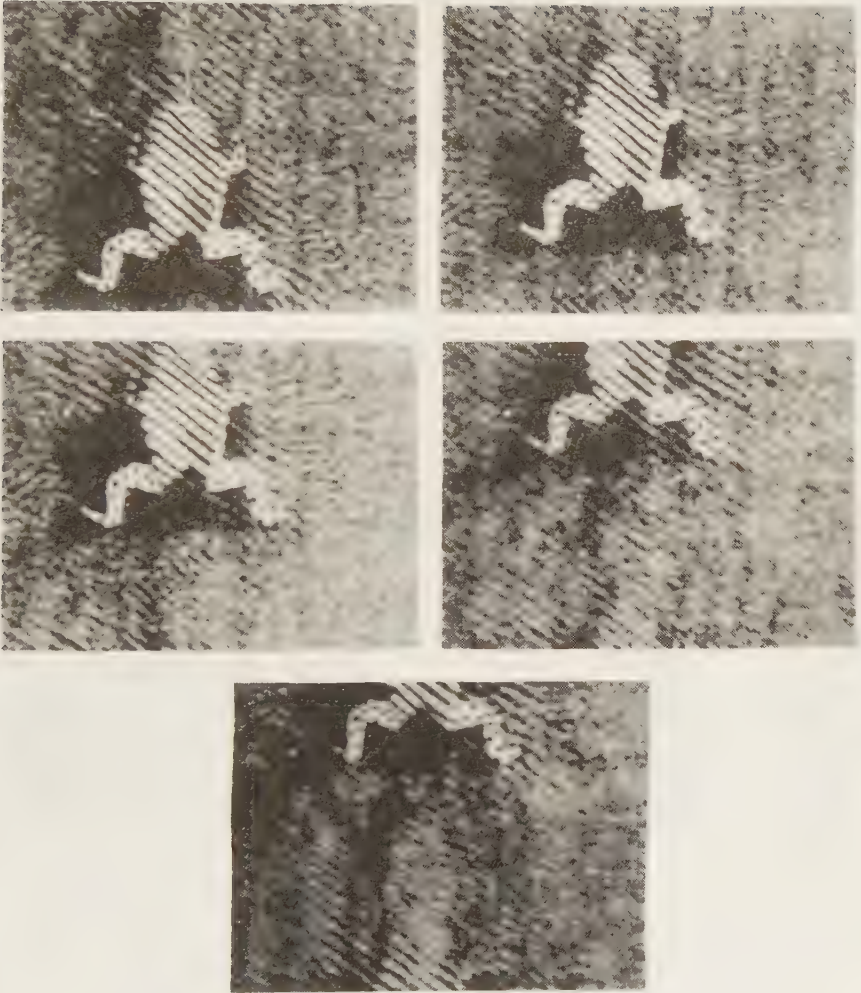


Fig. 30b): Bilder, rekonstruiert mit der Fourieramplitude
des ersten Bildes von Fig. 29

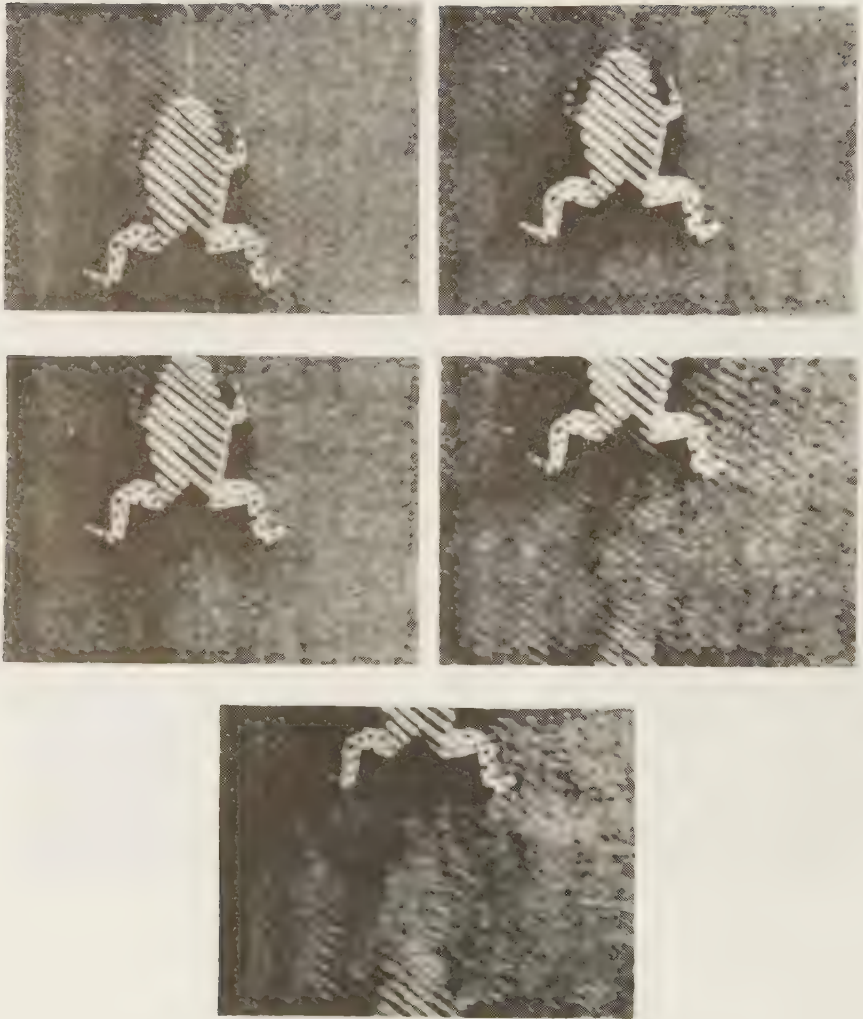


Fig. 30c): Bilder, rekonstruiert mit der über die ersten drei Bilder (Fig.29) gemittelten Fourieramplitude

Originalbilder durch die Fourieramplitude des ersten Originalbilds aus Fig. 29 ersetzt (Fig.30b). Das bewegte Objekt wird gut rekonstruiert, aber einige Objektfrequenzen erscheinen jetzt auch im Hintergrund. Wenn sich die Form des Objekts ändert (in den beiden letzten Bildern ist nur ein Teil des Frosches zu sehen), erscheint ein schwaches "Geisterbild" (in der unteren Hälfte der beiden letzten Bilder). Alle diese Störeffekte werden vermindert, wenn die geschätzte Fourieramplitude als Mittelwert über die Fourieramplituden der ersten drei Bilder (Fig.29) der Sequenz berechnet wird (Fig.30c). In beiden Fällen bleibt trotz der Fehler die allgemeine Struktur des Hintergrunds erhalten: Z. B. erscheint der kleine weiße Fleck in der linken oberen Ecke der Originalbilder auch in allen rekonstruierten Bildern.

Die zweite Bildsequenz (Fig.31, 32a) zeigt eine gehende Person vor einem Hintergrund, der viele niedrige Frequenzen (ungefähr konstante Flächen) und auch einige höhere Frequenzen (Kanten) enthält. Die gehende Person bewegt ihre Arme und Beine und ändert damit ihre Form.



Fig. 31: Sequenz 2: erste drei Bilder

Über die Fourieramplituden der ersten drei Bilder (Fig.31) wurde gemittelt, und diese Werte wurden als Schätzwerte für die Fourieramplitude der übrigen Bilder benutzt. Die rekonstruierten Bilder (Fig.32b) zeigen teilweise relativ viel Rauschen, vor allem im Hintergrund. Die wichtigen Merkmale der Bilder bleiben jedoch erhalten: Die Form von Armen und Beinen der gehenden Person wird rekonstruiert, obwohl sie sich von



Fig. 32: Sequenz 2: a) Originalbilder, b) Fourieramplituden gemittelt über die ersten drei Bilder (Fig.31)

Bild zu Bild ändert. Im Hintergrund bleibt die Form der Objekte erhalten, obwohl es hier auch einige dunkle verrauschte Strukturen gibt, vor allem in der linken oberen Ecke des ersten rekonstruierten Bildes. Auffallend ist auch, daß sogar die linke vertikale Kante der Tür und die Türkнопfe daneben in den rekonstruierten Bildern erscheinen, obwohl sie in den ersten drei Bildern verdeckt waren, aus denen die Fourieramplitude abgeschätzt wurde.

Insgesamt kann man sagen, daß die erhaltenen Resultate ermutigend sind, da alle wichtigen Merkmale der Originalbilder in den rekonstruierten Bildern erhalten bleiben, obwohl in manchen Fällen auch einiges Rauschen in den rekonstruierten Bildern entsteht. Die Methode liefert bei der Bildcodierung einen Datenkompressionsfaktor von etwa $1/2$; durch Kombination mit anderen Datenreduktionsmethoden kann dieser Faktor wahrscheinlich noch stark verkleinert werden, z. B. indem man Prädiktions- und Interpolationsmethoden zwischen den Einzelbildern einer Bildsequenz anwendet (Net-Lim-80, Musm -79). Dabei ist es wahrscheinlich nötig, die Methode zu modifizieren, um Rauschen zu unterdrücken. Man kann z. B. jeweils nur die Differenzbilder zwischen benachbarten Bildern einer Sequenz codieren; diese Bilder zeigen nur die bewegten Bildteile, während der Hintergrund gleichmäßig Null ist. Die Methode ist aber vermutlich nur dann anwendbar, wenn die Genauigkeitsanforderungen nicht sehr hoch sind, da sich nicht alle Rauschanteile auf einfache Weise unterdrücken lassen.

Eine andere Anwendung der Methode ist die Rekonstruktion von Bildsequenzen aus ihrer Fourierphase, wenn die Fourieramplitude nicht bekannt ist. Ein Schätzwert für die Fourieramplitude kann dann z. B. durch ein iteratives Verfahren aus den ersten Bildern der Bildsequenz gewonnen werden (Lev-Sta-83).

Ein Vorteil der Methode ist, daß das in der Fourierdomäne erzeugte Rauschen in der Ortsdomäne zu einer ungefähr gleichmäßigen Verschlechterung des Bildes führt. Eine solche Degradation des gesamten Bildes ist für das menschliche Auge leichter zu tolerieren als eine Verschlechterung bestimmter Bild-

details.

Eine Zusammenfassung der beschriebenen Methode findet man in (Loh-Thu-83a) und in (Thum-83b).

III.1.c) Anwendung: Zweiweg-Codierung

Im Abschnitt III.1.a) wurde gezeigt, daß sich in Bildsequenzen die Fourieramplituden der Einzelbilder nur wenig unterscheiden; die meiste Information über das Einzelbild liegt in der Fourierphase (z. B. Information über die Verschiebung von Objekten). Alle Bilder einer Sequenz können relativ gut rekonstruiert werden aus ihrer korrekten Fourierphase und der Fourieramplitude des ersten Bildes der Sequenz (III.1.b)). Dies gilt jedoch nicht nur für die Bilder einer Sequenz, die untereinander sehr ähnlich sind. Betrachtet man ein Paar von Bildern, die verschieden aussehen können, so kann jedes Einzelbild immer noch erkennbar rekonstruiert werden aus seiner korrekten Fourierphase und aus der Fourieramplitude des anderen Bildes (Opp-Lim-81, Fig.33). Auch in Einzelbildern ist also die Fourierphase wichtiger für den Bildeindruck als die Fourieramplitude.

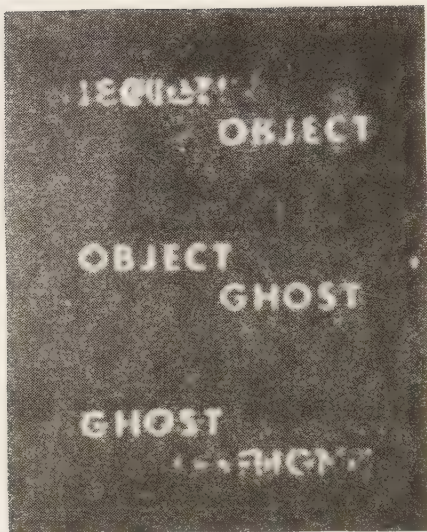
Dieses Ergebnis wird hier ausgenutzt, um ein holografisches Filter zu konstruieren, das in zwei Richtungen wirkt: Es kann jedes von zwei einander zugeordneten Bildern in das andere Bild umwandeln; so kann z. B. das geschriebene Wort "Hund" in das Bild eines Hundes umgewandelt werden und umgekehrt. Ein solches Filter kann als assoziativer Speicher betrachtet werden. Um für beide Filterprozesse die richtige Filterphase zu erhalten, wird ein holografisches Filter verwendet, mit dem immer zwei komplex konjugierte Filterfunktionen erzeugt werden können. Die Filteramplitude, die jeweils die Fourieramplitude des gefilterten Bildes verändert, kann im allgemeinen nicht für beide Filterprozesse genau richtig eingestellt werden. Da aber Fehler in der Fourieramplitude nicht soviel ausmachen wie Fehler in der Fourierphase, kann man erwarten, daß sich die beiden zugeordneten Bilder auch mit



Fig. 33: a), b) Originalbilder, c) rekonstruiert mit Fourierphase von a) und Fourieramplitude von b), d) rekonstruiert mit Fourierphase von b) und Fourieramplitude von a) (aus Opp-Lim-81)

fehlerhafter Fourieramplitude relativ gut rekonstruieren lassen.

Ein solches Experiment wurde schon früher mit einem analogen Hologramm als Filter durchgeführt (Loh-Wer-67), wobei jedoch die Filteramplitude nur für einen der beiden Prozesse (Umwandlung des Wortes "OBJECT" in das Wort "GHOST" in Fig. 34) optimal angepaßt war. Trotzdem wurde auch das Wort "GHOST" im umgekehrten Prozeß recht gut rekonstruiert. Hier soll nun die Filteramplitude so berechnet werden, daß sich für beide



Rekonstruktion 1. Ordnung:
Umwandlung von "GHOST"
in "OBJECT"

Originalbilder

Rekonstruktion -1. Ordnung:
Umwandlung von "OBJECT"
in "GHOST"

Fig. 34: Optisches Experiment mit optisch hergestelltem Filter (aus Loh-Wer-67)

Filterprozesse minimale Fehler ergeben. Eine Zusammenfassung der Methode findet man in (Loh-Thu-83b).

III.1.c)(i) Theorie der Zweiweg-Codierung

Um die Filterfunktion für die Zweiweg-Codierung zu berechnen, muß man die beiden Filterprozesse in der Fourierdomäne betrachten. Der Einfachheit halber werden hier alle Berechnungen für eindimensionale Funktionen durchgeführt; sie können in analoger Weise auch auf zweidimensionale Funktionen erweitert werden.

Fig. 35 zeigt den prinzipiellen kohärent-optischen Aufbau. Die zwei zugeordneten Bilder werden mit $u_1(x)$ und $u_2(x)$ bezeichnet. Befindet sich in der Eingangsebene das Bild $u_1(x)$, so wird dessen Fouriertransformierte $\tilde{u}_1(\nu)$ in der Filter-

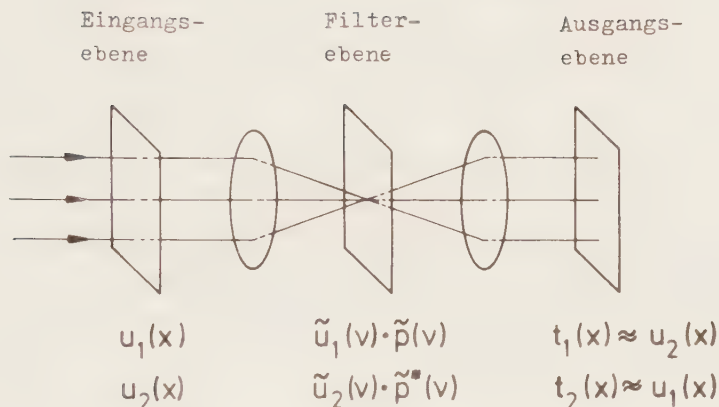


Fig. 35: Aufbau zur Zweiweg-Codierung

ebene mit der Filterfunktion $\tilde{p}_f(\nu)$ multipliziert. Dieses Produkt soll gleich der Fouriertransformierten $\tilde{u}_2(\nu)$ des zweiten Bildes $u_2(x)$ sein, da wir in der Ausgangsebene das Bild $u_2(x)$ erhalten möchten. Die erste Bedingung für das Filter ist also:

$$\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu) = \tilde{u}_2(\nu). \quad (\text{GIII.1})$$

Wird das zweite Bild $u_2(x)$ als Eingangssignal benutzt, so wird in der Filterebene die Fouriertransformierte $\tilde{u}_2(\nu)$ mit der komplex konjugierten Filterfunktion $\tilde{p}_f^*(\nu)$ multipliziert. Das ist möglich, wenn das Ausgangsbild des ersten Filterprozesses in der plus-ersten Beugungsordnung und das Ausgangsbild des zweiten Filterprozesses in der minus-ersten Beugungsordnung des Filters beobachtet wird. Da das Ausgangsbild beim zweiten Prozeß $u_1(x)$ sein soll, ist die zweite Bedingung für das Filter:

$$\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu) = \tilde{u}_1(\nu). \quad (\text{GIII.2})$$

Wir spalten nun die Funktionen $\tilde{u}_1(\nu)$, $\tilde{u}_2(\nu)$ und $\tilde{p}_f(\nu)$ auf in

Amplituden- und Phasenfaktoren:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1(\nu) &= A_1(\nu) \cdot e^{i\varphi_1(\nu)} \\ \tilde{u}_2(\nu) &= A_2(\nu) \cdot e^{i\varphi_2(\nu)} \\ \tilde{p}_f(\nu) &= B(\nu) \cdot e^{i\beta(\nu)}.\end{aligned}\tag{GIII.3}$$

Damit erhält man aus (GIII.1) und (GIII.2) je zwei Bedingungen für die Filteramplitude und für die Filterphase.

Zunächst werden die Bedingungen für die Filterphase betrachtet:

$$\varphi_1(\nu) + \beta(\nu) = \varphi_2(\nu) \quad \text{aus (GIII.1)}$$

$$\varphi_2(\nu) - \beta(\nu) = \varphi_1(\nu). \quad \text{aus (GIII.2)}$$

Diese zwei Bedingungen können exakt erfüllt werden durch die Filterphase:

$$\beta(\nu) = \varphi_2(\nu) - \varphi_1(\nu).\tag{GIII.4}$$

Etwas komplizierter wird es, wenn wir die zwei Bedingungen für die Filteramplitude betrachten. Aus (GIII.1) und (GIII.2) erhalten wir:

$$A_1(\nu) \cdot B(\nu) = A_2(\nu)\tag{GIII.5}$$

$$A_2(\nu) \cdot B(\nu) = A_1(\nu).\tag{GIII.6}$$

Diese Bedingungen können nur dann exakt erfüllt werden, wenn die Amplituden $A_1(\nu)$ und $A_2(\nu)$ für alle Ortsfrequenzen ν übereinstimmen. Da dies im allgemeinen nicht der Fall ist, muß man die Filteramplitude so approximieren, daß in beiden Filterprozessen die Ausgangsbilder minimale Abweichungen von den gewünschten Ausgangsbildern haben. Dies wird im nächsten Abschnitt gezeigt.

III.1.c)(ii) Optimierung der Filteramplitude

Zur Approximierung der Filteramplitude in (GIII.5) und (GIII.6) kann man verschiedene Kriterien verwenden; einige werden im folgenden gezeigt.

Man kann z. B. fordern, daß der arithmetische oder der geometrische Mittelwert der Fourieramplituden der gewünschten und der tatsächlichen Ausgangsbilder beider Filterprozesse erhalten bleibt. Im ersten Filterprozeß ist die gewünschte Fourieramplitude des Ausgangsbilds $|\tilde{u}_2(\nu)|$, und die tatsächliche Fourieramplitude ist $|\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)|$. Im zweiten Filterprozeß ist die gewünschte Fourieramplitude des Ausgangsbilds $|\tilde{u}_1(\nu)|$ und die tatsächliche $|\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)|$. Unsere Forderungen lauten dann:

$$|\tilde{u}_2(\nu)| + |\tilde{u}_1(\nu)| = |\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)| + |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)| \text{ bzw.}$$

$$|\tilde{u}_2(\nu)| \cdot |\tilde{u}_1(\nu)| = |\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)| \cdot |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)|.$$

Mit (GIII.3) erhält man für die Filteramplitude in beiden Fällen:

$$|\tilde{p}_f(\nu)| = B(\nu) = 1. \quad (\text{GIII.7})$$

In diesem Fall kann man also ein reines Phasenfilter benutzen.

Man erhält das gleiche Ergebnis $B(\nu)=1$, wenn man fordert, daß der geometrische oder der arithmetische Mittelwert der gewünschten und der tatsächlichen Leistungsspektren der Ausgangsbilder beider Prozesse erhalten bleiben:

$$|\tilde{u}_2(\nu)|^2 + |\tilde{u}_1(\nu)|^2 = |\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)|^2 + |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)|^2 \text{ bzw.}$$

$$|\tilde{u}_2(\nu)|^2 \cdot |\tilde{u}_1(\nu)|^2 = |\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)|^2 \cdot |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)|^2 \quad (\text{GIII.8})$$

Das Ergebnis $B(\nu)=1$ erhält man auch, wenn die Verhältnisse der gewünschten und der tatsächlichen Fourieramplituden der Aus-

gangsbilder für beide Prozesse im geometrischen Mittel gleich sein sollen:

$$|\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)| / |\tilde{u}_2(\nu)| \cdot |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)| / |\tilde{u}_1(\nu)| = 1.$$

Sollen dagegen die Verhältnisse der Fourieramplituden im arithmetischen Mittel gleich sein:

$$|\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu)| / |\tilde{u}_2(\nu)| + |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)| / |\tilde{u}_1(\nu)| = 2,$$

so erhält man für die Filteramplitude nach (GIII.3):

$$B(\nu) = 2 \cdot A_1(\nu) \cdot A_2(\nu) / [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu)]. \quad (\text{GIII.9})$$

Ein oft benutztes Kriterium ist die Minimisierung der quadratischen Abweichung der gewünschten und der tatsächlichen Fourieramplituden im arithmetischen Mittel beider Filterprozesse:

$$|\tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{p}_f(\nu) - \tilde{u}_2(\nu)|^2 + |\tilde{u}_2(\nu) \cdot \tilde{p}_f^*(\nu) - \tilde{u}_1(\nu)|^2 \\ \rightarrow \text{Minimum.} \quad (\text{GIII.10})$$

Ist die Phasenbedingung (GIII.4) erfüllt, so erhält man mit (GIII.3):

$$\{[A_1(\nu) \cdot B(\nu) - A_2(\nu)]^2 + [A_2(\nu) \cdot B(\nu) - A_1(\nu)]^2\} \rightarrow \text{Minimum.}$$

Ein Extremwert liegt vor, wenn die Ableitung des Ausdrucks nach $B(\nu)$ Null ist:

$$0 = 1/2 \cdot \frac{\partial}{\partial B(\nu)} \{ \dots \} = \\ = [A_1(\nu) \cdot B(\nu) - A_2(\nu)] \cdot A_1(\nu) + [A_2(\nu) \cdot B(\nu) - A_1(\nu)] \cdot A_2(\nu).$$

Man erhält daraus die Filteramplitude von (GIII.9).

Aus den verschiedenen hier betrachteten Fehlerkriterien erhält man also zwei Möglichkeiten, die Filteramplitude zu berechnen, nämlich nach (GIII.7) oder nach (GIII.9). In (GIII.7) ist die Filteramplitude konstant Eins, d. h. das Filter verändert die Fourieramplitude des jeweiligen Eingangsbildes nicht. In (GIII.9) dagegen ist die Filteramplitude nur dann Eins, wenn $A_1(\nu)$ und $A_2(\nu)$ gleich sind. Sind $A_1(\nu)$ und $A_2(\nu)$ verschieden, so ist die Filteramplitude kleiner als Eins; d. h. dieses Filter schwächt die Fourieramplitude des Eingangsbildes bei denjenigen Ortsfrequenzen ab, wo die Fourieramplituden der zwei zugeordneten Bilder verschieden sind.

Bisher wurden alle Überlegungen unter der Annahme durchgeführt, daß die Eingangsbilder rauschfrei sind. In optischen Experimenten ist das jedoch meist nicht der Fall. Wir betrachten deshalb hier auch den Fall, in dem das Eingangsbild $u_1(x)$ bzw. $u_2(x)$ jeweils von additivem Rauschen $n(x)$ überlagert ist. Das Rauschen $n(x)$ (Fouriertransformierte $\tilde{n}(\nu)$) soll signalunabhängig sein und den statistischen Mittelwert $\langle n(x) \rangle = 0$ haben.

Auch hier kann man die Filteramplitude nach verschiedenen Kriterien berechnen. Man kann z. B. fordern, daß die Erwartungswerte der gewünschten und der tatsächlichen Leistungsspektren des Ausgangsbildes im arithmetischen Mittel der beiden Filterprozesse erhalten bleiben (vgl. GIII.8):

$$|\tilde{u}_1(\nu)|^2 + |\tilde{u}_2(\nu)|^2 = \langle |[\tilde{u}_1(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \cdot \tilde{p}_f(\nu)|^2 \rangle + \langle |[\tilde{u}_2(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \cdot \tilde{p}_f^*(\nu)|^2 \rangle \quad (\text{GIII.11})$$

Für die Filteramplitude erhält man hier ein verallgemeinertes Cannon-Filter (And-Hun-77) (siehe AI.6):

$$B(\nu) = \left\{ [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu)] / [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu) + 2\langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle] \right\}^{1/2} \quad (\text{GIII.12})$$

Dabei ist $\langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle$ der Scharmittelwert des Rauschleistungsspektrums. Als Alternative kann man auch den Erwartungswert

des quadratischen Fehlers zwischen gewünschter und tatsächlicher Fourieramplitude im arithmetischen Mittel minimisieren (vgl. GIII.10):

$$\langle |[\tilde{u}_1(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \cdot \tilde{p}_f(\nu) - \tilde{u}_2(\nu)|^2 \rangle + \langle |[\tilde{u}_2(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \cdot \tilde{p}_f^*(\nu) - \tilde{u}_1(\nu)|^2 \rangle \rightarrow \text{Minimum} \quad (\text{GIII.13})$$

Man erhält ein verallgemeinertes Wiener-Filter (And-Hun-77) für die Filteramplitude (siehe AI.6):

$$B(\nu) = 2A_1(\nu) \cdot A_2(\nu) / [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu) + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle]. \quad (\text{GIII.14})$$

Weitere Kriterien zur Filterbestimmung sind möglich, z. B. das Chebyshev-Kriterium, wobei der Betrag der mittleren Abweichung der gewünschten und der tatsächlichen Amplitudenwerte minimiert wird:

$$|[\tilde{u}_1(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \cdot \tilde{p}_f(\nu) - \tilde{u}_2(\nu)| + |[\tilde{u}_2(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \cdot \tilde{p}_f^*(\nu) - \tilde{u}_1(\nu)| \rightarrow \text{Minimum}.$$

Dieses Kriterium läßt sich jedoch im allgemeinen nicht analytisch lösen.

III.1.c)(iii) Rechnersimulationen

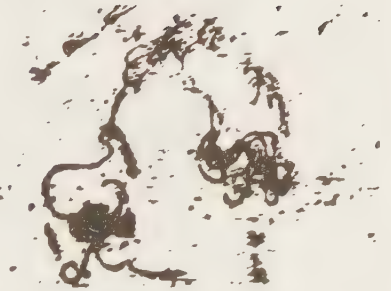
In Rechnersimulationen wurden die verschiedenen Filter verglichen, zunächst ohne Rauschen im Eingangsbild. Die zwei zugeordneten Bilder mit je 256x256 Bildpunkten waren eine Karikatur Einsteins und seine Formel (Fig. 36a). Zunächst wurde die Filteramplitude nach (GIII.7) berechnet; in den Ausgangsbildern tritt einiges Rauschen auf (Fig. 36b). Berechnet man die Filteramplitude nach (GIII.9), so sind die gefilterten Bilder (Fig. 36c) zwar auch etwas verrauscht, aber in bestimmten Teilen ist das Ergebnis besser als vorher, vor allem um die Zeichen "8π" herum. Beide Filter liefern also gute Ergebnisse, aber das nach (GIII.9) berechnete Filter arbeitet etwas besser, vor allem dann, wenn die beiden Eingangsbilder für bestimmte



$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

(a)

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



(b)

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



(c)

Fig. 36: Rechnersimulation: a) Eingangsbilder, b) Ausgangsbilder, gefiltert nach (GIII.7), c) Ausgangsbilder, gefiltert nach (GIII.9)

Ortsfrequenzen sehr verschiedene Fourieramplituden haben.

Es wurden auch Rechnersimulationen mit Rauschen durchgeführt: Die beiden zugeordneten Bilder waren die Zahlen "123" und die Buchstaben "ABC" (Fig. 37a) mit je 128×128 Bildpunkten und mit additivem Rauschen; das maximale Signal-zu-Rausch-Verhältnis im Eingang war $1/2$. Für diese Bilder sind die Fourieramplituden für mehrere Ortsfrequenzen stark verschieden. Die Qualität der gefilterten Bilder ist deshalb nicht so gut wie im Beispiel von Fig. 36. Die nach (GIII.12) mit einem verallgemeinerten Cannon-Filter gefilterten Bilder (Fig. 37b) und die nach (GIII.14) mit einem verallgemeinerten Wiener-Filter gefilterten Bilder (Fig. 37c) sehen sehr ähnlich aus. Da hier bekannt ist, daß die Eingangsbilder binär sein sollen, kann man die Ausgangsbilder mit einer Schwellwertoperation binarisieren. Die binären Ausgangsbilder der Wiener-Filterung (Fig. 37e) sehen etwas besser aus als die binären Ausgangsbilder der Cannon-Filterung (Fig. 37d).

Man sieht also, daß ein Filter zur Zweiweg-Codierung am besten nach einem Kriterium konstruiert wird, das den mittleren quadratischen Fehler in beiden Prozessen minimisiert. Die Filterung ist nicht sehr rauschempfindlich. Obwohl hier nur digitale Simulationen gezeigt werden, kann man also erwarten, daß der Filterprozeß auch in einem optischen Experiment mit einem Computerhologramm (Bro-Loh-66, Loh-Par-67) als Filter gute Ergebnisse liefern wird.

Bisher wurden nur Ergebnisse mit binären Bildern gezeigt. Der Filterprozeß kann jedoch auch auf Grautonbilder angewendet werden. Fig. 38 zeigt ein Beispiel: Die beiden Eingangsbilder Einstein (Fig. 38a) und Galilei (Fig. 38b) wurden in einer Rechnersimulation ineinander umgewandelt (Fig. 38c,d). Die Filteramplitude wurde nach (GIII.9) berechnet. Trotz Rauschen sind die Gesichter von Einstein und Galilei in den gefilterten Bildern gut erkennbar.

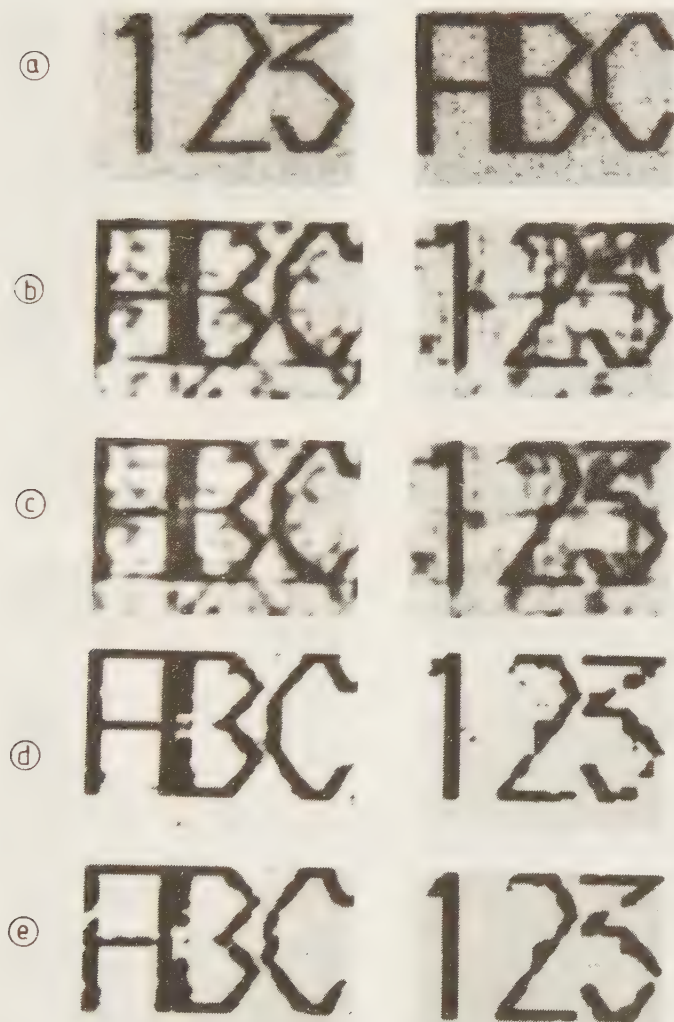


Fig. 37: a) Originalbilder, mit additivem Rauschen, b) Ausgangsbilder, gefiltert nach (GIII.12), c) Ausgangsbilder, gefiltert nach (GIII.14), d) Ausgangsbilder (b)) nach Schwellwertoperation, e) Ausgangsbilder (c)) nach Schwellwertoperation



Fig. 38: a) Originalbild Einstein, b) Originalbild Galilei, c) Ausgangsbild Galilei (mit Eingangsbild a)), d) Ausgangsbild Einstein (mit Eingangsbild b)). Das Filter wurde nach (GIII.9) berechnet.

III.1.c)(iv) Vorschlag zur Filterherstellung

Das im optischen Aufbau von Fig. 35 benötigte Filter kann nach den beschriebenen Bedingungen für Amplitude und Phase als reines Computernologramm hergestellt werden (siehe z. B. Loh-Par-67). Dabei müssen jedoch Amplituden- und Phasenwerte in der Filtermaske codiert werden.

Eine andere Möglichkeit ist es, das Filter in zwei Teile zu zerlegen. Das erste Filter kann dabei optisch hergestellt werden; in ihm sind die gewünschten Filterphasen enthalten. Das zweite Filter ist dann eine reine Amplitudenmaske, die rechnergesteuert hergestellt werden kann.

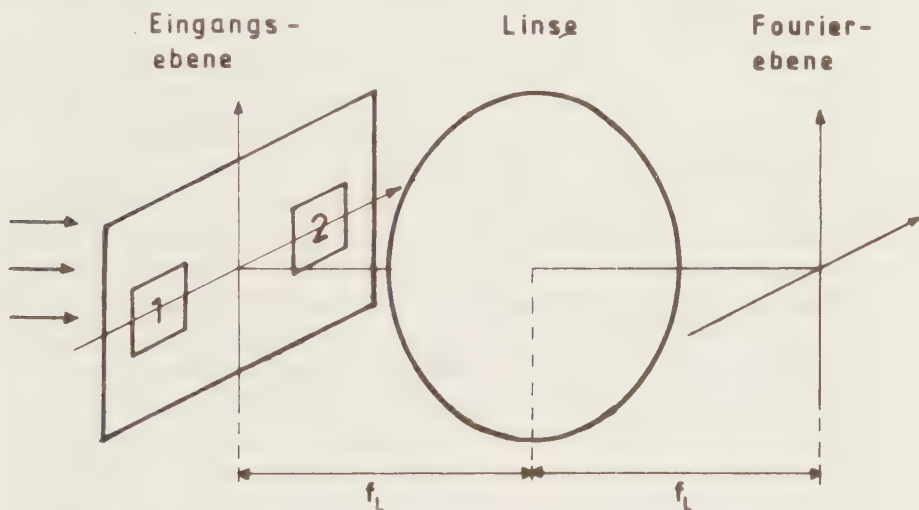


Fig. 39: Aufbau zur Erzeugung des ersten Teilfilters zur Zweiweg-Codierung, f_L =Brennweite der Linse

[1], [2] zugeordnete Bilder

Zur Herstellung des ersten Filters wird der Aufbau von Fig. 39 benutzt. Die beiden zugeordneten Bilder $u_1(x)$ und $u_2(x)$ sind in der Eingangsebene um die Strecke $2x_0$ gegeneinander verschoben.

ben; sie werden mit einer ebenen kohärenten Welle beleuchtet. Im Eingang ist also die Amplitudentransmission:

$$u_1(x+x_0) + u_2(x-x_0).$$

Im Abstand der Brennweite f_L hinter der Linse entspricht die Lichtverteilung der Fouriertransformierten hiervon; die Intensität ist:

$$\begin{aligned} & \left| \tilde{u}_1(\nu) e^{2\pi i \nu x_0} + \tilde{u}_2(\nu) e^{-2\pi i \nu x_0} \right|^2 = \\ & = \tilde{u}_1(\nu) \tilde{u}_2^*(\nu) e^{4\pi i \nu x_0} + \tilde{u}_1^*(\nu) \tilde{u}_2(\nu) e^{-4\pi i \nu x_0} + |\tilde{u}_1(\nu)|^2 + |\tilde{u}_2(\nu)|^2 = \\ & \stackrel{\text{(GIII.3)}}{=} A_1(\nu) A_2(\nu) e^{-i\beta(\nu)} e^{4\pi i \nu x_0} + A_1(\nu) A_2(\nu) e^{i\beta(\nu)} e^{-4\pi i \nu x_0} + \\ & \stackrel{\text{(GIII.4)}}{=} A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu). \end{aligned}$$

(GIII.15)

Die Intensität in der Fourierebene wird fotografiert, und der umkopierte fotografische Film wird als Filter in Fig. 35 verwendet. Die beiden ersten Terme aus (GIII.15) liefern die beiden gewünschten konjugiert komplexen Filterfunktionen. Die Filterphase $\pm\beta(\nu)$ entspricht genau der gewünschten Phase, der lineare Term $e^{\pm 4\pi i \nu x_0}$ bedeutet, daß das gefilterte Bild in der Ausgangsebene von Fig. 35 jeweils um $\pm 2x_0$ verschoben ist. Die beiden Terme $|A_1(\nu)|^2$ und $|A_2(\nu)|^2$ liefern in der Ausgangsebene von Fig. 35 nur Beiträge um $x=0$ herum, die das gefilterte Bild um $x=\pm 2x_0$ herum nicht beeinflussen, wenn der Abstand x_0 groß genug gewählt wird.

Die Amplitudenterme $A_1(\nu) \cdot A_2(\nu)$ entsprechen nicht den in III.1.c)(iii) berechneten Filteramplituden $B(\nu)$. Um die gewünschte Filteramplitude zu erzeugen, braucht man deshalb eine Amplitudenmaske $M(\nu)$, die zusätzlich auf das im Aufbau von Fig. 39 erzeugte Filter gelegt wird. Die Amplitudentransmission der Maske muß sein:

$$M(\nu) \propto B(\nu) / [A_1(\nu) \cdot A_2(\nu)], \quad (\text{GIII.16})$$

wobei für $B(\nu)$ eine der verschiedenen Möglichkeiten von (GIII.7), (GIII.9), (GIII.12) oder (GIII.14) eingesetzt werden kann.

Der Vorteil dieser Methode ist, daß das erste Filter, das die korrekte Filterphase enthält, leicht optisch erzeugt werden kann. Nur ein Amplitudenfilter muß zusätzlich rechnergesteuert hergestellt werden. Dadurch vermeidet man sowohl den höheren Rechenaufwand für ein Computerhologramm mit Phasencodierung als auch die Phasenfehler, die bei der Rekonstruktion von Computerhologrammen auftreten (Loh-Par-67).

Die Methode hat jedoch auch einen Nachteil: Da die Amplitudentransmission eines fotografischen Filters nie größer als 1 werden kann, müssen beide Teilfilter getrennt auf 1 normiert werden. Insgesamt kann dadurch ein sehr kleiner Normierungsfaktor entstehen, sodaß die Lichtausbeute bei der Filterung mit zwei Teilfiltern wesentlich geringer werden kann, als wenn man ein einziges Computerhologramm als Filter benutzt. Diesen Nachteil kann man jedoch vermeiden, indem man zuerst die Amplitudenmaske $M(\nu)$ (GIII.16) herstellt, diese im Aufbau von Fig. 39 in die Fourierebene stellt und erst dahinter das endgültige Filter aufnimmt. Auf diese Weise erzeugt man ein einziges Filter, das im Aufbau von Fig. 35 verwendet werden kann, und das nur einmal auf die gesamte Filteramplitude $B(\nu)$ normiert worden ist.

III.2. Verbesserung der Lichtausbeute beim kohärent-optischen "matched filter"

Hier geht es darum, Histogramme der Fourieramplituden von Bildern in Richtung auf eine gewünschte Amplitudenverteilung zu verändern. Dieses Prinzip kann dazu verwendet werden, die Lichtausbeute beim kohärent-optischen "matched filter" zu verbessern, das bei der optischen Zeichenerkennung eingesetzt werden kann (Vand-64).

Dabei geht es um folgendes Problem: Zur optischen Zeichenerkennung mit einem "matched filter" werden oft Fourierhologramme verwendet, die nur sehr geringe Lichtausbeute haben. Um das Problem der Lichtausbeute bei der Holografie zu lösen, haben Leith und Upatnieks (Lei-Upa-64) einen "Diffuser" vor dem Eingangsobjekt eingebaut, der das Licht gleichmäßig streut und daher die Lichtausbeute im Hologramm erhöht. Bei der optischen Filterung mit einem Fourierhologramm funktioniert dieses Prinzip nur dann, wenn das herauszufilternde Objekt und der Diffuser bei der Aufnahme des Hologramms und bei der optischen Filterung nicht gegeneinander verschoben sind. Der Ort des herauszufilternden Objekts kann jedoch variieren und ist oft unbekannt, so daß der Diffuser nicht analog zum Eingangsobjekt verschoben werden kann. Es scheint also auf den ersten Blick sinnlos zu sein, einen Diffuser an einen festen Ort in den Aufbau zur optischen Filterung einzubauen, da das gesuchte Eingangsobjekt gegenüber dem Diffuser beliebig verschoben sein kann. Hier soll gezeigt werden, daß diese pessimistische Vermutung nicht gerechtfertigt ist, jedenfalls nicht in voller Strenge.

III.2.a) Darstellung des Problems

In diesem Teilabschnitt wird zunächst das Vander Lugt'sche "matched filter" beschrieben. Es wird ein Ausdruck für die Lichtausbeute für den optischen Filterprozeß definiert. Dann wird gezeigt, wie die Lichtausbeute vom Fourierspektrum des Eingangsobjekts abhängt, und wie das Fourierspektrum verändert werden sollte, um maximale Lichtausbeute zu erzielen. Zur Vereinfachung werden alle Berechnungen für eindimensionale Bilder $u(x)$ durchgeführt; sie können leicht auf zweidimensionale Bilder $u(x,y)$ erweitert werden.

Ein Grundpfeiler der optischen Datenverarbeitung ist das Vander Lugt'sche "matched filter" (Vand-64), auch manchmal "angepaßtes Filter" genannt. Dieses Filter kann man zur optischen Zeichenerkennung verwenden. Dabei wird in einem Aufbau

zur kohärenten optischen spatialen Filterung (Fig. 40) ein bestimmtes Zeichen (Amplitudentransmission $u(x-x_0)$), das am Ort x_0 in der Eingangsebene sitzt, durch ein spatiales Filter in einen Detektionspeak am Ort x_0 in der Ausgangsebene umgewandelt.

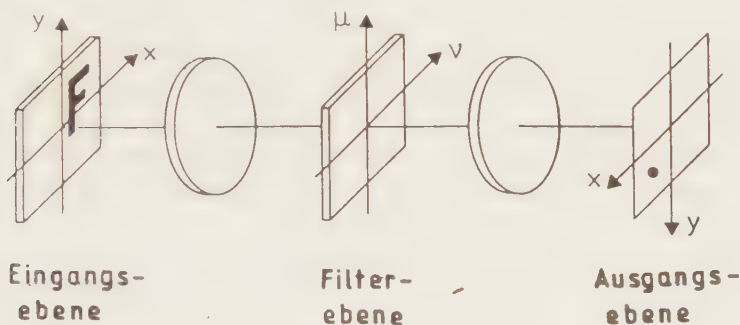


Fig. 40: matched filter-Aufbau

Das Vander Lugt'sche Filter ist so gewählt, daß man im Fall von additivem, signalunabhängigem, weißem Rauschen im Eingang maximales Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) im Ausgangspeak erhält. Die Filterfunktion $\tilde{p}_f(\nu)$ muß dabei dem komplex Konjugierten der Fouriertransformierten $\tilde{u}(\nu)$ des Eingangszeichens $u(x)$ entsprechen (siehe AI.7):

$$\tilde{p}_f(\nu) \propto \tilde{u}^*(\nu).$$

Da die Amplitudentransmission eines fotografischen Filters nie größer als Eins werden kann, muß die Filterfunktion $\tilde{p}_f(\nu)$ auf Eins normiert werden:

$$\tilde{p}_f(\nu) = \tilde{u}^*(\nu)/K = \tilde{u}^*(\nu)/\max_{\nu} |\tilde{u}(\nu)|. \quad (\text{GIII.17})$$

Wird das Eingangsobjekt $u(x-x_0)$ mit dem Filter $\tilde{p}_f(\nu)$ gefiltert, so erhält man im Ausgang die Autokorrelation von $u(x)$:

$$u(x-x_0) * p_f(x) = u(x-x_0) \otimes u(x)/K = (u \otimes u)(x-x_0)/K.$$

Die Intensität im Autokorrelationspeak in $x=x_0$ ist dann:

$$I(x_0) = |(u \otimes u)(0)|^2 / K^2 = \left| \int |u(x)|^2 dx \right|^2 / K^2 = \left| \int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu \right|^2 / K^2.$$

Die für die Lichtausbeute im Korrelationspeak relevanten Größen sind: Die gesamte Eingangsintensität, die Intensität im Korrelationspeak sowie die Breite des Korrelationspeaks. Dies ist die sinnvolle Breite eines Spaltdetektors, mit dem die Intensität des Korrelationspeaks im optischen Aufbau gemessen wird. Die Peakbreite ist ungefähr proportional zur Objektauflösung δx_{obj} , also umgekehrt proportional zur Frequenzbandbreite $\Delta\nu$. Die Lichtausbeute η wird hier definiert als (vgl. Horn-82, Caul-82):

$$\eta = \frac{I(x_0)/\Delta\nu}{\int |u(x)|^2 dx} = \frac{\left| \int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu \right|^2 / (\Delta\nu K^2)}{\int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu} = \int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu / (\Delta\nu \cdot \max_{\nu} |\tilde{u}(\nu)|^2) \quad (GIII.18)$$

Zur weiteren Beschreibung wird das Fourierspektrum $\tilde{u}(\nu)$ in Amplituden- und Phasenfaktoren aufgeteilt:

$$\tilde{u}(\nu) = A(\nu) \cdot e^{i\psi(\nu)}.$$

Das Histogramm $h(A)$ der Fourieramplituden $A(\nu)$ gibt die Wahrscheinlichkeitsdichte der Werte A im Fourierspektrum an (vgl. II.1.). Die Lichtausbeute ist dann:

$$\eta = \int A^2(\nu) d\nu / \Delta\nu \cdot \max_{\nu} A^2(\nu) \stackrel{(GII.3)}{=} \int A^2 h(A) dA / \max_{\nu} A^2 = \overline{A^2} / A_{\max}^2 \leq 1. \quad (GIII.19)$$

$\overline{A^2}$ ist dabei der Intensitätsmittelwert im Fourierspektrum. Bei vorgegebenem $\overline{A^2}$ hängt also die Lichtausbeute η nur vom Maximalwert von $A^2(\nu)$ ab.

η ist maximal, wenn $\overline{A^2} = A_{\max}^2$ ist. Dies gilt genau dann, wenn alle Fourieramplituden $A(\nu)$ im Bereich der Frequenzbandbreite $\Delta\nu$ gleich sind. In diesem Fall ist das Histogramm δ -förmig

(Fig. 41a,b):

$$A(\nu) = \sqrt{A^2} = A_{\max} = \text{const.}, \quad h(A) = \delta(A - A_{\max}).$$

Für reell nichtnegative Eingangsobjekte $u(x)$ ist die Fourieramplitude immer an der Stelle $\nu=0$ maximal und reell nichtnegativ:

$$A(0) = \tilde{u}(0) = \int u(x) dx = \int |u(x) e^{-2\pi i \nu x}| dx \geq \left| \int u(x) e^{-2\pi i \nu x} dx \right| = |\tilde{u}(\nu)|.$$

In diesem Fall ist $\eta = \overline{A^2}/A^2(0)$. Da der Amplitudenpeak $A(0)$ sehr groß gegenüber dem Mittelwert sein kann, kann die Lichtausbeute η sehr kleine Werte annehmen. Fig. 41 zeigt ein Beispiel: Eine Rechteckfunktion $u(x) \propto \text{rect}(x \cdot \Delta\nu/a)$ (Fig. 41c) hat ein Fourierspektrum der Form (Fig. 41d):

$$\tilde{u}(\nu) = \alpha \cdot \text{sinc}(a\nu/\Delta\nu).$$

Dabei ist $a \gg 1$. Ist der Intensitätsmittelwert $\overline{A^2} = \int_{-\Delta\nu/2}^{\Delta\nu/2} |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu/\Delta\nu$ vorgegeben, so wird α bestimmt aus:

$$\overline{A^2} = \int_{-\Delta\nu/2}^{\Delta\nu/2} A^2(\nu) d\nu/\Delta\nu \approx \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 \text{sinc}^2(a\nu/\Delta\nu) d\nu/\Delta\nu = \alpha^2/a, \\ \text{also } \alpha^2 = \overline{A^2} \cdot a.$$

Das zugehörige Histogramm der Fourieramplituden hat eine Breite von $\alpha = \sqrt{a \overline{A^2}} \gg \sqrt{\overline{A^2}}$ (Fig. 41e). Die Lichtausbeute η ist dann nach (GIII.19):

$$\eta = \overline{A^2}/A^2(0) = \overline{A^2}/\alpha^2 = 1/a \ll 1.$$

Die Lichtausbeute η kann also bei reell nichtnegativen Eingangsobjekten sehr klein werden. Um η bei vorgegebener mittlerer Eingangsintensität $\overline{A^2}$ zu vergrößern, muß man die Amplitudenverteilung in der Fourierebene gleichmäßiger machen, so daß die maximale Fourieramplitude kleiner wird (siehe GIII.19). Dies kann dadurch geschehen, daß man im optischen Aufbau von

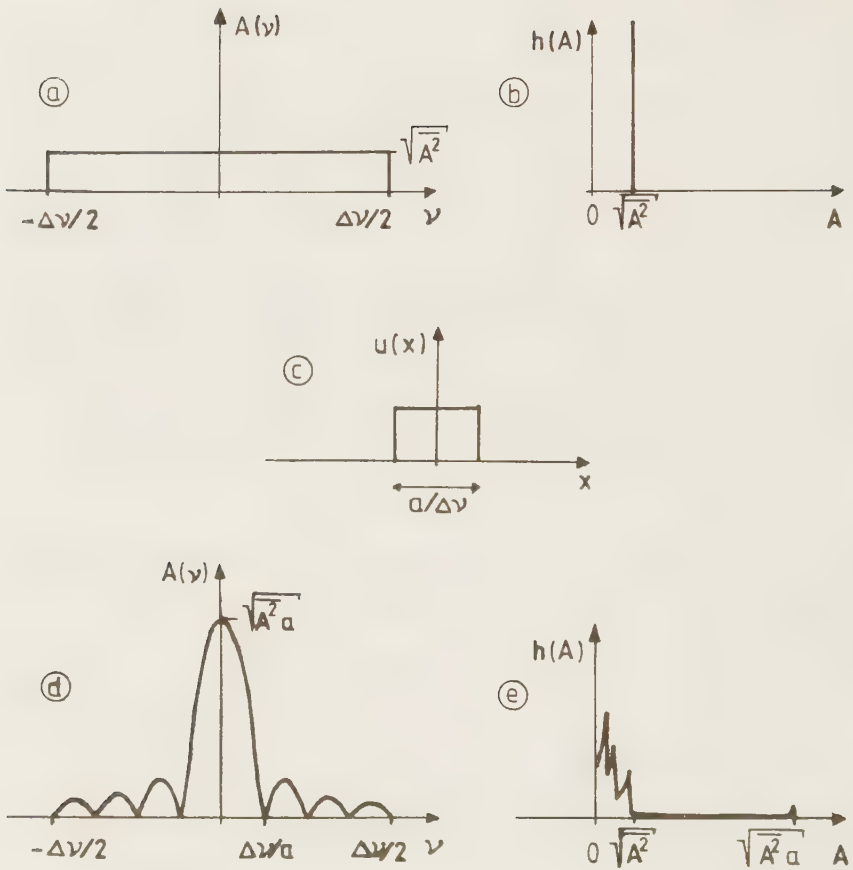


Fig. 41: Fourieramplituden $A(\nu)$ und -Histogramme $h(A)$
 a) konstantes Amplitudenspektrum, b) zu a) gehöriges Histogramm, c) rechteckförmiges Eingangsobjekt, d) zu c) gehörige Fourieramplituden, e) zu d) gehöriges Histogramm

Fig. 40 eine Phasenmaske direkt vor das Eingangsobjekt setzt. Eine solche Maske $m(x)$ läßt die Eingangsintensität $|u(x) \cdot m(x)|^2 = |u(x)|^2$ unverändert, kann jedoch die Amplitudenverteilung im Fourierspektrum verändern. Wie eine solche Phasenmaske aussehen kann und was sie für Auswirkungen hat, wird in den nächsten Abschnitten gezeigt.

III.2.b) Theorie: Verbesserung der Lichtausbeute durch Phasenmaske

Hier soll eine Phasenmaske $m(x)$ konstruiert werden, die im matched filter - Aufbau vor das Eingangsobjekt gestellt wird und das Fourierspektrum "gleichmäßiger" macht. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis und die Ortsauflösung im Filterprozeß soll dabei möglichst erhalten bleiben oder nur wenig schlechter werden. Zunächst wird gezeigt, wie sich Ort und Höhe des Korrelationspeaks im Ausgang verändern können, wenn eine periodische Phasenmaske vor das Eingangsobjekt gestellt wird. Danach werden zwei spezielle Phasenmasken beschrieben, die zur Erhöhung der Lichtausbeute verwendet werden können.

III.2.b)(i) Fourierspektrum und Ausgangspeak für eine allgemeine, periodische Phasenmaske

Wir gehen aus von einer Phasenmaske $m(x)$, die aus einer periodisch wiederholten Teilmaske $m_0(x) = e^{i\varphi_0(x)}$ der Breite Δx_0 besteht:

$$m(x) = m_0(x) * \text{comb}(x/\Delta x_0) = e^{i\varphi_0(x)} * \text{comb}(x/\Delta x_0). \quad (\text{GIII.20})$$

Die Fouriertransformierte ist:

$$\tilde{m}(\nu) \propto \tilde{m}_0(\nu) \cdot \text{comb}(\nu \Delta x_0). \quad (\text{GIII.21})$$

Die Maske wird zunächst zur Filterherstellung verwendet. Soll ein Objekt $u(x)$ erkannt werden, so hat das gesamte zu erkennende Objekt (mit Maske) die Form:

$$u(x) \cdot m(x) = u(x) \cdot [m_0(x) * \text{comb}(x/\Delta x_0)] .$$

Die Filterfunktion sieht dann so aus:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_f(\nu) &\propto [\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)]^* \propto \tilde{u}^*(\nu) * [\tilde{m}_0^*(\nu) \cdot \text{comb}(\nu \Delta x_0)] = \\ &= \tilde{u}^*(\nu) * \sum_n \tilde{m}_0^*(n/\Delta x_0) \cdot \delta(\nu - n/\Delta x_0) = \\ &= \sum_n \tilde{m}_0^*(n/\Delta x_0) \cdot \tilde{u}^*(\nu - n/\Delta x_0) . \end{aligned} \quad (\text{GIII.22})$$

Die Fouriertransformierte $\tilde{u}(\nu)$ des Objekts wird also periodisch wiederholt und mit einer "Einhüllenden" $\tilde{m}_0^*(n/\Delta x_0)$ multipliziert (Fig. 42). Je nach dem Verhältnis der Breite $\Delta \nu$ von $\tilde{u}(\nu)$ zur Periode $1/\Delta x_0$ von $\tilde{m}(\nu)$ wird das Fourierspektrum mehr oder weniger gleichmäßig "verschmiert". Dadurch wird bei gleichem Intensitätsmittelwert der Maximalwert der Intensität im Spektrum kleiner, also steigt die maximale Lichtausbeute η nach (GIII.19).

Nun soll das Filter (GIII.22) zur Erkennung des Objekts $u(x)$ eingesetzt werden. Das Objekt soll in der Eingangsebene in x_0 zentriert sein, wobei der Ort x_0 unbekannt sein kann. Hinter der Maske $m(x)$ ist also die Lichtamplitude:

$$u(x - x_0) \cdot m(x) .$$

Da das Filter $\tilde{p}_f(\nu)$ verwendet wird, erhält man für die Ausgangsamplitude $v(x)$ die Korrelation:

$$\begin{aligned} v(x) &\propto [u(x - x_0) \cdot m(x)] \otimes [u(x) \cdot m(x)] = \\ &= \int u(x' - x_0) u^*(x' - x) m(x') m^*(x' - x) dx' . \end{aligned} \quad (\text{GIII.23})$$

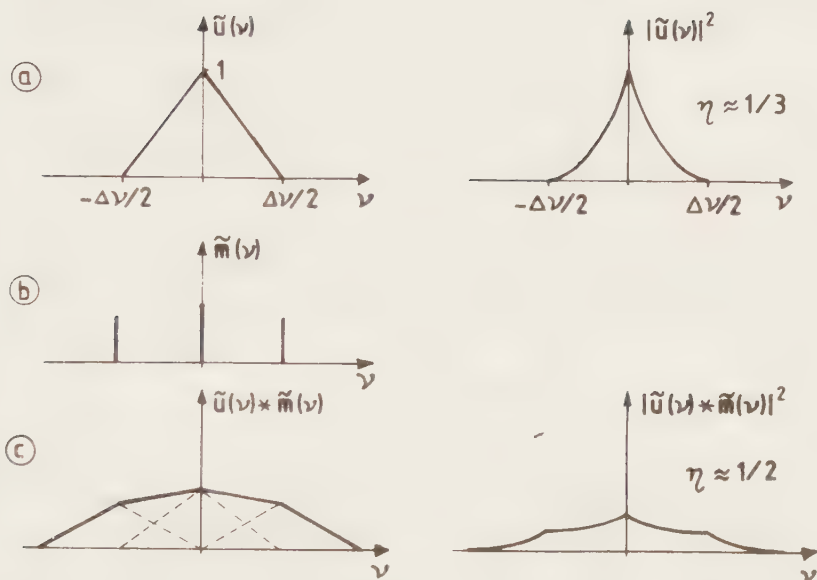


Fig. 42: a) Fourierpektrum $\tilde{u}(\nu)$ und $|\tilde{u}(\nu)|^2$ eines Eingangsobjekts $u(x)$, b) Fourierpektrum $\tilde{m}(\nu)$ einer Phasenmaske $m(x)$, c) Fourierpektrum $\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)$ und $|\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|^2$ des Eingangsobjekts mit Phasenmaske η = Lichtausbeute nach (GIII.19)

Da $m(x)$ die Periode Δx_0 hat, ist in $x = k\Delta x_0$:

$$\begin{aligned} v(k\Delta x_0) &\propto \int u(x' - x_0) u^*(x' - k\Delta x_0) m(x') m^*(x' - k\Delta x_0) dx' = \\ &= \int u(x' - x_0) u^*(x' - k\Delta x_0) \underbrace{|m(x')|^2}_{=1} dx' = (u \otimes u)(x_0 - k\Delta x_0). \end{aligned} \quad (\text{GIII.24})$$

Ist dagegen $x = k\Delta x_0 + \delta x$ mit $|\delta x| \leq \Delta x_0/2$, so ist:

$$\begin{aligned} v(k\Delta x_0 + \delta x) &\propto \int u(x' - x_0) u^*(x' - k\Delta x_0 - \delta x) m(x') m^*(x' - k\Delta x_0 - \delta x) dx' = \\ &= \int u(x' - x_0) u^*(x' - k\Delta x_0 - \delta x) m(x') m^*(x' - \delta x) dx'. \end{aligned} \quad (\text{GIII.25})$$

Ist der Ort x_0 des Eingangsobjekts bekannt, so kann die Maske im Eingang so verschoben werden, daß $x_0 = k_0 \cdot \Delta x_0$ ist. In diesem Fall ist der Korrelationspeak in x_0 im Ausgang nach (GIII.24):

$$v(x_0) = v(k_0 \cdot \Delta x_0) = (u \otimes u)(0).$$

Der Peak ist also genauso hoch wie ohne Phasenmaske. Dieser Fall wird in III.2.d)(ii) genauer behandelt.

Ist dagegen der Ort x_0 des Eingangsobjekts unbekannt, so kann es vorkommen, daß $x_0 = k_0 \cdot \Delta x_0 + \delta x_0$ mit $0 < |\delta x_0| \leq \Delta x_0/2$ ist. In diesem Fall erhält man für die Ausgangsamplitude in x_0 nach (GIII.25):

$$v(x_0) = v(k_0 \cdot \Delta x_0 + \delta x_0) \propto \int |u(x' - x_0)|^2 m(x') m^*(x' - \delta x_0) dx'.$$

Da $m(x)$ eine periodische Phasenfunktion ist, kann es Abstände δx_0 geben, in denen sich die einzelnen Integralbeiträge ganz oder teilweise aufheben, da verschiedene Faktoren $m(x') m^*(x' - \delta x_0)$ umgekehrte Vorzeichen haben. In diesem Fall ist die Ausgangsamplitude in x_0 viel kleiner als $(u \otimes u)(0)$, der gesuchte Korrelationspeak tritt nicht in x_0 auf, sondern an einer etwas anderen Stelle $x = k_0 \cdot \Delta x_0 + \delta x = x_0 - \delta x_0 + \delta x$ (Fig.43b):

$$v_{\max} \stackrel{(GII.25)}{=} \max_{|\delta x| \leq \Delta x_0/2} \left\{ \int u(x' - x_0) u^*(x' - x_0 + \delta x_0 - \delta x) m(x') m^*(x' - \delta x) dx' \right\}. \quad (GIII.26)$$

Die Höhe dieses Korrelationspeaks ist im allgemeinen kleiner als die Höhe des Peaks ohne Phasenmaske. Soll der Korrelationspeak in $x = k_0 \cdot \Delta x_0 + \delta x$ nur wenig kleiner sein als der ursprünglich gewünschte Autokorrelationspeak in x_0 (Fig.43a), so muß im Peak δx klein sein ($\delta x \approx 0$), und für die meisten x' muß gelten: $u(x' - x_0) \approx u(x' - x_0 + \delta x_0 - \delta x)$. Da $|\delta x_0| \leq \Delta x_0/2$ ist, heißt das, daß die halbe Maskenperiode $\Delta x_0/2$ nicht allzu viel größer sein darf als der kleinste auflösbare Abstand δx_{0bj} im Eingangsobjekt $u(x)$:

$$|\Delta x_0/2| \geq \delta x_{0bj}.$$

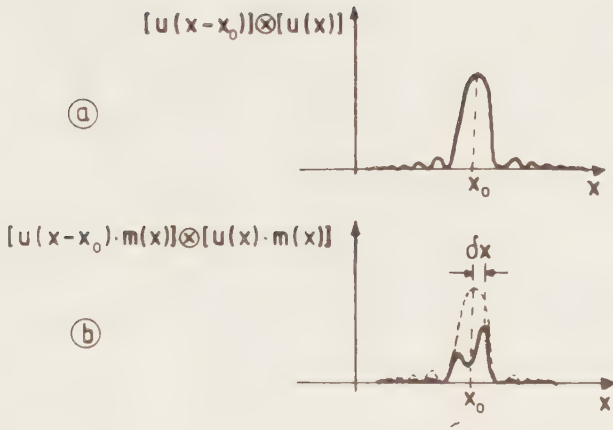


Fig. 43: a) Autokorrelation eines Eingangsobjekts $u(x)$ ohne Maske, b) Korrelation eines Eingangsobjekts mit Maske $u(x)m(x)$ mit dem verschobenen Eingangsobjekt mit unverschobener Maske $u(x-x_0)m(x)$

Dann ist auch die Ortsauflösung des matched-filter - Prozesses nicht wesentlich geringer als die Objektauflösung δx_{obj} . Das heißt aber auch, daß im Fourierspektrum (GIII.22) die Maskenperiode $1/\Delta x_0$ nicht allzu viel kleiner sein darf als die Breite $\Delta \nu = 1/\delta x_{\text{obj}}$ von $\tilde{u}(\nu)$ (siehe Fig. 42). Die periodisch wiederholten Funktionen $\tilde{u}(\nu)$ können also nicht beliebig weit überlappen, d. h. die Fourieramplitude kann durch die Maske $m(x)$ nicht beliebig gleichmäßig verschmiert werden. Es muß deshalb für das Verhältnis $\Delta x_0/\delta x_{\text{obj}}$ ein Kompromiß gefunden werden, so daß einerseits durch möglichst gleichmäßige Verschmierung der Fourieramplitude die Lichtausbeute erhöht wird, andererseits der Korrelationspeak (also auch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis) nicht allzu klein und die Ortsauflösung des Filterprozesses nicht allzu gering wird. Dies wird in III.2.d) näher behandelt.

III.2.b)(ii) Spezielle Phasenmasken

Wie soll nun die Phasenfunktion $m(x)$ aussehen? Um eine möglichst gleichmäßige Verschmierung der Fourieramplituden $|\tilde{m}(\nu)|$ zu erreichen, sollte die Fourieramplitude $|\tilde{m}(\nu)|$ der Maske über einen breiten Frequenzbereich etwa konstant sein (bzw. gleich hohe Peaks haben) und nach außen hin rasch auf Null abfallen. Hier werden zwei verschiedene Möglichkeiten in diese Richtung gezeigt:

(α) Die Phasenfunktion $m_N(x)$ ist eine Treppenfunktion mit rechteckförmigen Stufen (Fig. 44a):

$$\begin{aligned} m_N(x) &= [e^{2\pi i x/(Na)} \cdot \text{comb}(x/a)] * \text{rect}(x/a) = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{2\pi i n/N} \cdot \text{rect}((x-na)/a). \end{aligned}$$

Bis auf den linearen Phasenfaktor $e^{2\pi i x/(Na)}$ hat $m(x)$ die Form von (GIII.20). Das Fourierspektrum $\tilde{m}(\nu)$ hat bis auf eine Verschiebung genau die in (GIII.21) verwendete Form:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_N(\nu) &\propto [\delta(\nu-1/(Na)) * \text{comb}(\nu a)] \cdot \text{sinc}(\nu a) = \text{comb}(\nu a - 1/N) \cdot \text{sinc}(\nu a) = \\ &= N/\pi \cdot \sin(\pi/N) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{nN} / (nN+1) \cdot \delta(\nu a - n - 1/N). \quad (\text{GIII.27}) \end{aligned}$$

Die Grundperiode a entspricht genau der Periode Δx_0 in (GIII.21). Um das Fourierspektrum von $u(x)m_N(x)$ (siehe GIII.22) möglichst gleichförmig zu verschmieren, soll $\tilde{m}_N(\nu)$ möglichst viele Peaks mit etwa gleicher Höhe haben. Für große N fällt die Peakhöhe mit zunehmendem $|n|$ rasch ab. Für $N=2$ fällt die Peakhöhe am langsamsten; die ersten beiden Peaks ($n=0$ und $n=1$ in GIII.27) sind hier genau gleich hoch (Fig. 44b). Deshalb ist die Funktion $m_2(x)$ am geeignetsten zur Erhöhung der Lichtausbeute. Diese Phasenmaske ist auch nicht allzu schwer herzustellen, da hier nur zwei verschiedene Phasen (0 und π) realisiert werden müssen.

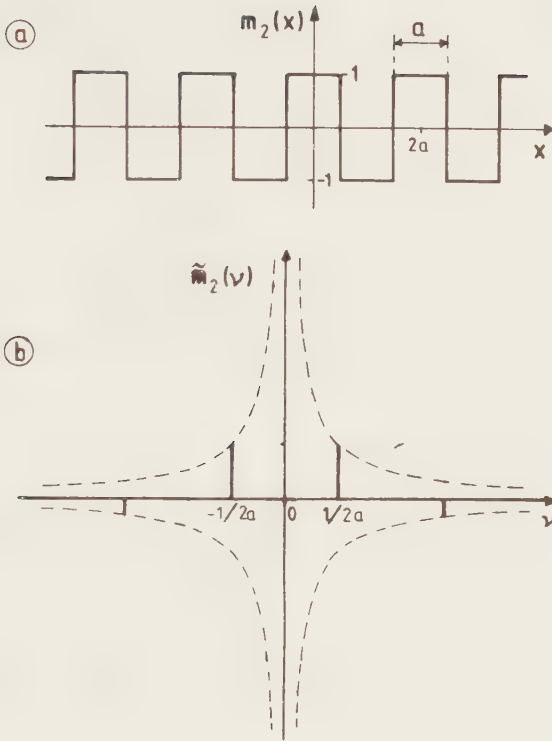


Fig. 44: a) Phasenmaske $m_N(x)$ für $N=2$,
b) Fouriertransformierte $\tilde{m}_2(v)$



Fig. 45: Eindimensionale Transmissionsfunktion für ein
Phasenfilter (aus Dam-Klo-77)

(β) Um eine Funktion $\tilde{m}(\nu)$ zu erhalten, die N Peaks mit gleicher Höhe hat, kann man eine Phasenmaske $m(x)$ verwenden, wie sie Dammann und Klotz entwickelt haben (Dam-Klo-77). Dabei wurde für $m(x)$ der Ansatz (GIII.20) verwendet. Die Phasenfunktion $m_0(x)$ wurde innerhalb des Bereichs Δx_0 aus Rechteckfunktionen der Höhe ± 1 zusammengesetzt (Fig. 45). Die Breiten der N einzelnen Rechtecke wurden so gewählt, daß $|\tilde{m}_0(n/\Delta x_0)| = \text{const.}$ für $|n| \leq N/2$ war (siehe GIII.22). Aus der Menge der Lösungen wurde diejenige ausgewählt, für die die Lichtausbeute in den ersten N Beugungsordnungen von $m(x)$ maximal war. Auf diese Weise wurden Phasenmasken hergestellt, die zweidimensional bis zu 15×15 gleichhohe Beugungsordnungen hatten.

Beide Masken (α) und (β) haben den Nachteil, daß außer den zwei (in (α)) bzw. N (in (β)) gleichhohen Peaks in $\tilde{m}(\nu)$ weiter außen im Spektrum niedrigere Peaks auftreten. Dadurch fällt das Spektrum $\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)$ langsam nach außen hin ab, es kann also nie ganz gleichmäßig werden. Werden die niedrigen Peaks im Filterprozeß ausgeblendet, so ergibt sich dadurch ein zusätzlicher Lichtverlust. Die Maske (α) erhöht das Ortsbandbreite-Produkt (OBP) des Systems $u(x)m(x)$ relativ wenig, während die Maske (β) bei gleichem $\Delta x_0 / \Delta x_{0bj}$ das OBP stärker erhöht. Die Maske (α) kann also gut verwendet werden, wenn das OBP des optischen Systems nicht viel größer ist als das OBP des gegebenen Objekts $u(x)$. Ist das OBP von $u(x)$ viel kleiner als das OBP des optischen Systems, so kann man die Maske (β) verwenden, die N gleichhohe Peaks im Spektrum erzeugt, also die Amplitude $\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)$ in einem größeren Bereich etwa gleichmäßig verschmieren kann.

Die günstigste Maske $m(x)$ hätte N gleichhohe Amplitudenpeaks in $\tilde{m}(\nu)$ und wäre außerhalb dieser Peaks Null. Die Phasen von $m_0(x)$ und von $\tilde{m}_0(\nu)$ (siehe GIII.20 bis GIII.22) sind dabei zunächst unbestimmt. Man könnte also versuchen, einen Algorithmus zur Phasenrückgewinnung anzuwenden (siehe z.B. Ger-Sax-72). Dabei werden die Amplituden $|m_0(x)|$ und $|\tilde{m}_0(\nu)|$ festgelegt, und passende Phasen werden iterativ gewonnen, in-

dem man z. B. mehrmals zwischen Orts- und Fourierdomäne hin- und hertransformiert und dabei jedesmal die vorgegebenen Amplitudenbeschränkungen einführt. Man kann auch direkt eine passende Maske berechnen (Dall-75), wobei nicht mehrfach zwischen Orts- und Fourierdomäne transformiert werden muß.

III.2.c) Prinzip-Experiment

Um das Prinzip der Methode zu demonstrieren, wurde ein optisches Experiment durchgeführt. Mit dem Aufbau von Fig. 46a wurde zunächst ein holografisches Filter folgendermaßen hergestellt:

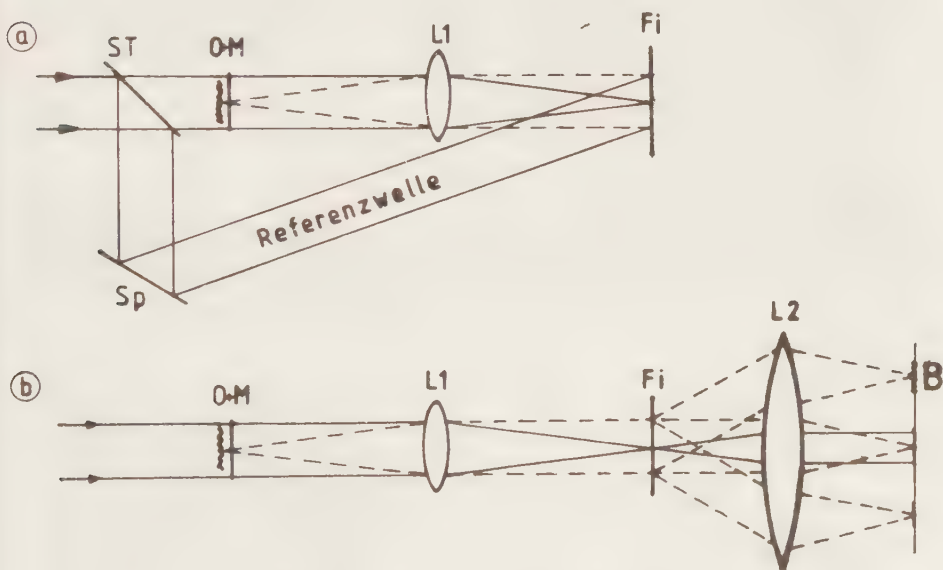


Fig. 46: a) Holografischer Aufbau zur Filterherstellung,
 b) Aufbau zur spatialen Filterung,
 ST=Strahlteiler, Sp=Spiegel, O+M=Objekt+Maske,
 L1,L2=Linsen, Fi=Filter in der Fourierebene,
 B=Bild in der ersten Beugungsordnung des hologra-
 fischen Filters

Das zu erkennende Eingangszeichen $u(x)$ mit der Maske $m(x)$ wurde mit ebenem, kohärentem Laserlicht beleuchtet und mit Hilfe der Linse L_1 fouriertransformiert. Über einen Strahlteiler wurde dem Fourierspektrum eine gekippte ebene Welle $e^{-2\pi i \beta \nu}$ überlagert, und das gesamte Spektrum wurde fotografiert. Das so hergestellte Hologramm hat die Transmission:

$$\begin{aligned}\tilde{t}(\nu) &= |\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu) + e^{-2\pi i \beta \nu}|^2 = \\ &= |\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|^2 + 1 + [\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)] \cdot e^{2\pi i \beta \nu} + [\tilde{u}^*(\nu) * \tilde{m}^*(\nu)] \cdot e^{-2\pi i \beta \nu}.\end{aligned}$$

Der letzte Term enthält die gewünschten Anteile (siehe GIII.22). Wird dieses Hologramm im Aufbau von Fig. 46b als spatiales Filter benutzt (das Eingangsobjekt ist hier $u'(x)m(x)$), so erhält man in der Ausgangsebene:

$$\begin{aligned}[u'(x)m(x)] * t(x) &= [(u'm)(x)] * [(um) \otimes (um)](x) + \text{const.} + \\ &+ ((u'm) * (um))(x + \beta) + ((u'm) \otimes (um))(x - \beta).\end{aligned}$$

Wurde β groß genug gewählt, so erscheinen die ersten beiden Terme sowie der dritte und der vierte Term getrennt voneinander in der Ausgangsebene. In der ersten Beugungsordnung des holografischen Filters $x \approx \beta$ erhält man dann die gewünschte Korrelation:

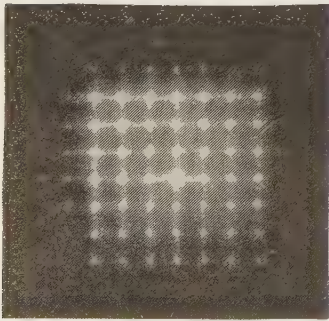
$$((u'm) \otimes (um))(x - \beta).$$

War $u'(x)$ das verschobene Objekt $u(x - x_0)$, so erhält man die Korrelation in $x = x_0 + \beta$ (siehe GIII.23 bis GIII.25).

Im Experiment wurde das Eingangsobjekt von Fig. 47a benutzt. Das Filter war an ein Teilobjekt (Fig. 47b) angepaßt. Als Phasenmaske wurde eine von Dammann und Klotz (Dam-Klo-77) entwickelte Maske benutzt, die zweidimensional 7×7 etwa gleichhohe Peaks im Fourierspektrum hat. Fig. 47c zeigt das im Aufbau von Fig. 46b hinter dem Filter fotografierte Fourier-



(a)



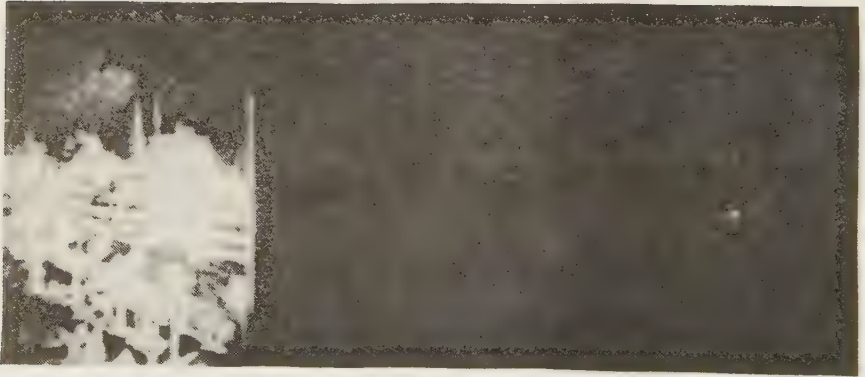
(c)



(b)



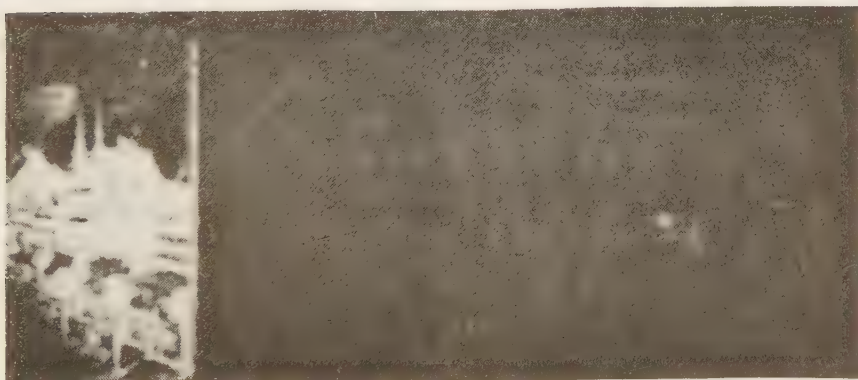
(d)



(e)



(f)



(g)

Fig. 47: a) Originalobjekt, b) gesuchtes Teilobjekt, c) Fourierspektrum hinter dem holografischen Filter, d) Korrelationspeak mit Eingangsobjekt (b)), e) Korrelationspeak mit Eingangsobjekt (a)), f), g), Korrelationspeak mit Eingangsobjekt (a)), das gegenüber der Phasenmaske verschoben ist. In d) bis g) ist jeweils links noch ein Teil der nullten Beugungsordnung des holografischen Filters zu sehen, rechts in der ersten Beugungsordnung tritt der Korrelationspeak auf.

spektrum. Das Verhältnis der Objektauflösung δx_{Obj} zur Maskenperiode Δx_0 wurde hier so gewählt, daß sich im Fourierspektrum die periodisch wiederholten Funktionen $\tilde{u}(\nu)$ nicht allzu weit überlappen. Mit dem Eingangsobjekt von Fig. 47b erhält man einen deutlichen Korrelationspeak (Fig. 47d). Als nächstes wurde das gesamte Objekt (Fig. 47a) als Eingangsobjekt verwendet. Ist das Objekt gegenüber der Phasenmaske nicht verschoben, so erhält man einen Korrelationspeak an der Stelle des Teilobjekts von Fig. 47a und etwas Rauschen an anderen Stellen (Fig. 47e). Für zwei zufällig ausgewählte Verschiebungen des Eingangsobjekts gegenüber der Phasenmaske erhält man ebenfalls deutliche Korrelationspeaks (Fig. 47f,g). Allerdings war hier $\delta x_{\text{Obj}}/\Delta x_0$ so gewählt, daß sich die periodisch wiederholten Funktionen $\tilde{u}(\nu)$ nicht sehr stark überlappen. Das Fourierspektrum war also nicht sehr gleichmäßig verschmiert, und die Lichtausbeute wurde gegenüber einem Experiment ohne Phasenmaske nicht sehr stark erhöht. Um die Lichtausbeute mehr zu erhöhen, müßten die Einzelbeiträge $\tilde{u}(\nu)$ im Spektrum mehr überlappen. Dadurch wird andererseits das örtliche Auflösungsvermögen und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis des Filterprozesses verringert. Dies wird in den nächsten beiden Teilabschnitten genauer gezeigt.

III.2.d) Form der Phasenmaske und Auswirkungen auf Lichtausbeute und Signal-zu-Rausch-Verhältnis

III.2.d)(i) Ort des Eingangsobjekts unbekannt

Im Abschnitt III.2.b) wurde bereits angedeutet, daß für das Verhältnis der Maskenperiode Δx_0 zur Objektauflösung δx_{Obj} ein Kompromiß gefunden werden muß, so daß einerseits die Lichtausbeute η groß, andererseits das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) und die Ortsauflösung des Filterprozesses nicht zu klein wird. Dies wird hier näher gezeigt.

Wir gehen aus von einem Eingangsobjekt $u(x-x_0)$, das in $x_0 = k \Delta x_0 + \delta x_0$ im Eingang steht und von additivem, signalunabhängigem, weißem Rauschen $n(x)$ mit Nullmittelwert $\langle n(x) \rangle = 0$ überlagert ist (vgl. AI.7). Der Signalterm im SNR ist definiert als das Betragsquadrat der Ausgangsamplitude (siehe GIII.23):

$$I_S(x) = |[u(x-x_0)m(x)] \otimes [u(x)m(x)]|^2.$$

Für festes x_0 tritt der Korrelationspeak an einer Stelle $x = k \Delta x_0 + \delta x = x_0 - \delta x_0 + \delta x$ auf (siehe GIII.26):

$$\begin{aligned} I_{S, \max} &= \max_{|\delta x| \leq \Delta x_0/2} \{I_S(x_0 - \delta x_0 + \delta x)\} = \\ &= \max_{|\delta x| \leq \Delta x_0/2} \left\{ \left| \int u(x'-x_0) u^*(x'-x_0 + \delta x_0 - \delta x) m(x') m^*(x'-\delta x) dx' \right|^2 \right\} \\ &\leq \left| \int |u(x'-x_0)|^2 |m(x')|^2 dx' \right|^2 = \left| \int |u(x')|^2 dx' \right|^2 = \\ &= |(u \otimes u)(0)|^2. \end{aligned} \quad (\text{GIII.28})$$

Ist im Eingang Rauschen $n(x)$ vorhanden, so wird dieses ebenfalls mit der Maskenfunktion $m(x)$ multipliziert und mit der Filterfunktion $\tilde{p}_f(\nu) = \tilde{u}^*(\nu) * \tilde{m}(\nu)$ gefiltert. Der Rauschterm im SNR ist analog zum Signalterm $I_S(x)$ definiert, jedoch als Scharmittelwert (vgl. AI.7):

$$\begin{aligned} \langle I_n(x) \rangle &= \langle |[n(x)m(x)] \otimes [u(x)m(x)]|^2 \rangle = \\ &= \iint \underbrace{\langle n(x'+x) n^*(x'+x) \rangle}_{= \tilde{R}_n \cdot \delta(x'-x^*)} u^*(x') u(x'') m(x') m^*(x'') m^*(x'+x) m(x''+x) dx' dx'' \\ &= \tilde{R}_n \cdot \int |u(x')|^2 |m(x')|^2 |m(x'+x)|^2 dx' = \tilde{R}_n \cdot \int |u(x')|^2 dx' = \\ &= \langle I_n \rangle = \text{const.} \end{aligned} \quad (\text{GIII.29})$$

Der Rauschterm ist konstant und genau so groß wie ohne Maske $m(x)$ (siehe AI.7). Das SNR hängt also nur von der Signalthöhe

$I_s(x_0 - \delta x_0)$ ab. Da δx_0 alle Werte im Bereich $0 \leq |\delta x_0| \leq \Delta x_0/2$ annehmen kann, muß im SNR der ungünstigste Fall berücksichtigt werden (siehe GIII.28):

$$\text{SNR}_{\min} = \min_{|\delta x_0| \leq \Delta x_0/2} \left\{ \max_{|\delta x| \leq \Delta x_0/2} \left\{ I_s(x_0 - \delta x_0 + \delta x) \right\} \right\} / \langle I_n \rangle \quad (\text{GIII.30})$$

$$\stackrel{(\text{GIII.28})}{\leq} \frac{|(u \otimes u)(0)|^2 / \langle I_n \rangle}{\stackrel{(\text{GIII.29})}{=}} = \int |u(x)|^2 dx / \tilde{R}_n =$$

$$= \text{SNR}_{\text{ohne Maske}}$$

Je kleiner $\Delta x_0 \gg |\delta x_0|$ im Vergleich zur Objektauflösung δx_{Obj} ist, desto mehr nähert sich $I_s(x_0 - \delta x_0)$ dem Maximalwert $|u \otimes u(0)|^2$, und desto größer ist auch die Ortsauflösung des Filterprozesses (die Lage des Korrelationspeaks im Ausgang gibt mit einer Unsicherheit von $\pm \Delta x_0/2$ die Lage des Objekts $u(x)$ im Eingang an).

Andererseits wird die Fourieramplitude $|(\tilde{u} * \tilde{m})(\nu)|$ umso gleichmäßiger verschmiert, je kleiner der Abstand $\delta \nu_m = 1/\Delta x_0$ der Peaks von $\tilde{m}(\nu)$ im Verhältnis zur Bandbreite $\Delta \nu = 1/\delta x_{\text{Obj}}$ von $\tilde{u}(\nu)$ ist (siehe III.2.b) und Fig.42). Die maximale Lichtausbeute η ist also umso größer, je größer $\Delta x_0/\delta x_{\text{Obj}}$ ist (siehe GIII.18):

$$\eta = \int |(\tilde{u} * \tilde{m})(\nu)|^2 d\nu / \max_{\nu} |(\tilde{u} * \tilde{m})(\nu)|^2 = \overline{A^2} / A_{\max}^2. \quad (\text{GIII.31})$$

η wird gegenüber der Filterung ohne Maske erst dann erhöht, wenn $\Delta x_0/\delta x_{\text{Obj}} > 1$ ist (die Einzelbeiträge $\tilde{u}(\nu - n/\Delta x_0)$ (GIII.22) müssen überlappen, also $\Delta \nu = 1/\delta x_{\text{Obj}} < 1/\Delta x_0$).

Wie groß das Verhältnis $\Delta x_0/\delta x_{\text{Obj}}$ gewählt werden kann (d.h. wie stark η verbessert werden kann), hängt ab von der Struktur des Objekts $u(x)$, von der Höhe des Rauschanteils $\tilde{R}_n$, vom geforderten SNR, von der geforderten Ortsauflösung des Filterprozesses ($\approx \Delta x_0$) und von der verwendeten Maske $m(x)$. Man kann dafür keine allgemeine Formel angeben; für die vorgegebenen Größen muß jeweils ein geeigneter Kompromiß gefunden werden. Man kann jeweils für gegebenes $u(x)$ und $m(x)$ η und SNR in Abhängigkeit von $\Delta x_0/\delta x_{\text{Obj}}$ berechnen (GIII.30 und GIII.31) und daraus das

günstigste $\Delta x_o / \delta x_{obj}$ und das maximal erreichbare η bestimmen. Im allgemeinen ist $\eta \ll 1$.

III.2.d)(ii) Ort des Eingangsobjekts bekannt

Die soeben gemachten Aussagen gelten nur dann, wenn der Ort x_o des Objekts $u(x-x_o)$ in der Eingangsebene unbestimmt ist. Ist der Ort innerhalb eines kleinen Fehlerbereichs $\Delta x_f \approx \delta x_{obj}$ schon bekannt (z.B. der Ort eines Buchstabens in einer Druckzeile): $x_o = \bar{x}_o + \delta x_o$ mit $|\delta x_o| \leq \Delta x_f / 2$, so kann man das Filter $\tilde{p}_f(\nu)$ an das Objekt mit Maske im Ort $\bar{x}_o$ anpassen. Zur Filterherstellung verwendet man dann die Kombination:

$$p_f(-x) \propto u(x - \bar{x}_o) \cdot m(x).$$

Im Ausgang erhält man also in $x=0$:

$$\begin{aligned} [u(x-x_o)m(x)] \otimes [u(x-\bar{x}_o)m(x)] &= \int u(x'-x_o) u^*(x'-\bar{x}_o) |m(x')|^2 dx' \approx \\ &\approx \int_{(\delta x_o \leq \delta x_{obj})} |u(x'-\bar{x}_o)|^2 dx' = (u \otimes u)(0). \end{aligned}$$

Man kann hier unter verschiedenen Möglichkeiten für die Maske $m(x)$ auswählen: Die Maske kann natürlich genau die in III.2.b) beschriebene periodische Form haben. Dabei kann die Maskenperiode Δx_o jetzt viel größer gewählt werden als die Objektauflösung δx_{obj} , so daß nach dem vorher gesagten die Lichtausbeute η stärker erhöht wird. Das SNR wird dadurch kaum verschlechtert, da der Objekort x_o bis auf etwa $\pm \delta x_{obj}$ genau bekannt ist und die Maske $m(x)$ entsprechend x_o verschoben wird.

Die Maske $m(x)$ muß nicht periodisch sein. Man kann $m(x)$ auch zusammensetzen aus N Teilstücken konstanter Phase mit der Breite $\Delta x_f \approx \delta x_{obj}$:

$$\begin{aligned}
 m(x) &= \sum_{n=-N/2}^{N/2} e^{i\varphi_n} \cdot \text{rect}((x-n\Delta x_f)/\Delta x_f) = \\
 &= \underbrace{\left[e^{i\varphi(x)} \right]}_{=m_1(x)} \cdot \text{comb}(x/\Delta x_f) * \text{rect}(x/\Delta x_f). \quad (\text{GIII.32})
 \end{aligned}$$

Als Fouriertransformierte erhält man:

$$\begin{aligned}
 \tilde{m}(\nu) &\propto \sum_n e^{i\varphi_n} \cdot e^{-2\pi i \nu n \Delta x_f} \cdot \text{sinc}(\nu \Delta x_f) = \\
 &= [\tilde{m}_1(\nu) * \text{comb}(\nu \Delta x_f)] \cdot \text{sinc}(\nu \Delta x_f).
 \end{aligned}$$

Da $|m(x)|=1$ sein soll, ist die Einhüllende $\text{sinc}(\nu \Delta x_f) \approx \text{sinc}(\nu/\Delta \nu)$ unvermeidlich. Eine einfache, wenn auch nicht sehr genaue Möglichkeit ist es, Zufallsphasen φ_n für $m_1(x)$ zu wählen. Für Zufallsphasen ist das Fourierspektrum im Scharmittelwert "weiß", d. h. $\langle |\tilde{m}_1(\nu)|^2 \rangle = \text{const.}$ Das wahre Spektrum $|\tilde{m}_1(\nu)|^2$ nähert sich umso mehr dem Scharmittelwert, je größer die Anzahl N der Einzelstücke in $m(x)$ ist.

Man kann auch versuchen, mit den Amplitudenbedingungen $|m(x)|=1$ und $|\tilde{m}(\nu)|=\text{const.}$ bzw. $|\tilde{m}_1(\nu)|=1/\text{sinc}(\nu \Delta x_f)$ (siehe GIII.32) einen Algorithmus zur Phasenrückgewinnung anzuwenden (z.B. Ger-Sax-72, Fien-78, Dall-75), um daraus passende Phasen für $m(x)$ zu erhalten.

Durch passende Wahl der Maske kann man hier also nahe an die Höchstgrenze für die Lichtausbeute herankommen: $\eta \lesssim 1$.

III.2.d)(iii) Zweidimensionale Eingangsobjekte

Für zweidimensionale Eingangsobjekte $u(x-x_0, y-y_0)$ kann es nun vorkommen, daß der Objektort x_0 in x -Richtung bekannt ist, während der Ort y_0 in y -Richtung unbekannt ist. In diesem Fall kann man die Maske aufteilen in:

$$m(x, y) = m_x(x) \cdot m_y(y).$$

Dabei wird $m_x(x)$ z. B. nach (GIII.32) gewählt, während $m_y(y)$ nach III.2.d)(ii) ausgewählt und optimiert wird. Ist dagegen der Objekort (x_o, y_o) in beiden Richtungen bekannt (bzw. nicht bekannt), so kann man eine geeignete Maske $m(x,y)$ durch einfaches Erweitern der in III.2.d)(i) (bzw. III.2.d)(ii)) angegebenen Gleichungen auf zwei Dimensionen berechnen.

Mit den angegebenen Methoden kann man also in jedem Fall eine Phasenmaske $m(x,y)$ so berechnen, daß für vorgegebenes Signal-zu-Rausch-Verhältnis SNR die Lichtausbeute η möglichst groß wird. Am besten arbeitet die Methode, wenn der Objekort (x_o, y_o) in beiden Richtungen (bis auf kleine Abweichungen Δx_{obj}) bekannt ist. In diesem Fall bleibt das SNR etwa genauso groß wie ohne Maske, während die Lichtausbeute η gegen 1 gehen kann. Ein solcher Fall tritt z. B. auf, wenn in einem optischen System verschiedene Buchstaben einer Textzeile erkannt werden sollen, wobei die Buchstaben in x-Richtung über die Eingangsebene gezogen werden und ihre vertikale y-Position bis auf kleine Abweichungen bekannt ist.

III.2.e) Vergleich dreier Methoden: Kohärent; kohärent mit Maske; inkohärent

Hier wird zunächst gezeigt, wie groß das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) und die Lichtausbeute beim inkohärenten "matched filter" werden können. Danach werden die drei Fälle: Kohärent, kohärent mit Maske, und inkohärent miteinander verglichen bezüglich SNR, Ortsauflösung und Lichtausbeute.

Bisher wurde nur das kohärente "matched filter" mit und ohne Phasenmaske beschrieben. Das "matched filter"-Konzept läßt sich jedoch auch in inkohärentem, monochromatischem Licht anwenden. Dazu kann man einen zu Fig. 40 analogen Aufbau benutzen. Man geht aus von einem Eingangsobjekt mit der Intensitätstransmission $I(x-x_o) = |u(x-x_o)|^2$. Um für additives, signalunabhängiges, weißes Rauschen $N(x)$ im Eingang ($\langle |\tilde{N}(v)|^2 \rangle = R_N$) maximales SNR im Ausgangspeak zu erzielen, muß das Eingangsobjekt mit einem inkohärenten Punktbild $F(x)$ gefaltet werden,

das die Form hat (siehe AI.7):

$$F(x) \propto I(-x) \quad \text{bzw.} \quad \tilde{F}(\nu) \propto \tilde{I}^*(\nu).$$

Das SNR ist dabei im kohärenten und im inkohärenten Fall definiert als Verhältnis der Signalintensität im Korrelationspeak zur Standardabweichung des Rauschens im Ausgang (siehe AI.7). Im folgenden wird die Bandbreite des Eingangsobjekts $\Delta\nu=1$ gewählt. Im kohärenten Fall ist dann:

$$SNR_k = \overline{|\tilde{u}(\nu)|^2} / \tilde{R}_n$$

und im inkohärenten Fall:

$$SNR_{ink} = \left[\overline{|\tilde{I}(\nu)|^2} \right]^{1/2} / \tilde{R}_n.$$

Das inkohärente Punktbild $F(x)=I(-x)$ wird in einem Aufbau zur inkohärenten spatialen Filterung (wie Fig. 40) durch ein Filter mit der Amplitudentransmission $\tilde{p}_f(\nu)$ erzeugt, wobei gilt (siehe AI.7):

$$|p_f(x)|^2 = F(x) \propto I(-x).$$

Da für die Filterung nur das Betragsquadrat $|p_f(x)|^2$ relevant ist, können zu $p_f(x)$ beliebige Phasenfaktoren $e^{i\varphi(x)}$ hinzugefügt werden:

$$p_f(x) \propto \sqrt{I(-x)} \cdot e^{i\varphi(-x)} = u(-x) \cdot e^{i\varphi(-x)}.$$

Ein Filter $\tilde{p}_f(\nu)$ mit dem vorgegebenen $p_f(x)$ lässt sich z. B. wie in III.2.c) in einem kohärenten Aufbau (siehe Fig. 46a) als Hologramm herstellen, wobei man von einer Eingangsfunktion $u(x)$ mit einer Phasenmaske $m(x)=e^{i\varphi(x)}$ ausgeht (die Phasenmaske kann z. B. eine Mattscheibe sein (Lohm-68, Lei-Upa-64)), diese fouriertransformiert und fotografiert. Die Phasenmaske wird hier nur zur Filterherstellung verwendet, nicht zur Filterung. Der verwendbare Term der so erzeugten Filterfunktion

lautet:

$$\tilde{p}_f(\nu) = [\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)]^* / K.$$

Da $|\tilde{p}_f(\nu)| \leq 1$ ist, muß mit einer Konstanten $K = \max_{\nu} |\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|$ normiert werden. Benutzt man dieses Filter zur inkohärenten Filterung, so erhält man das inkohärente Punktbild:

$$F(x) = |p_f(x)|^2 = I(-x) / K^2.$$

Mit dem Eingangsobjekt $I(x-x_0)$ erhält man im Ausgang die Korrelation:

$$I(x-x_0) * F(x) = (I \otimes I)(x-x_0) / K^2.$$

Die Lichtausbeute η wird wie in III.2.a) bestimmt durch die gesamte Eingangsintensität $\int I(x) dx$, durch die Höhe des Korrelationspeaks $(I \otimes I)(0) / K^2$ im Ausgang in $x=x_0$, und durch die Breite des Korrelationspeaks, die umgekehrt proportional zur Frequenzbandbreite $\Delta\nu$ von $\tilde{I}(\nu)$ ist (siehe GIII.18):

$$\eta = \frac{(I \otimes I)(0) / (K^2 \Delta\nu)}{\int I(x) dx} = \frac{\int I(x)^2 dx / \Delta\nu}{K^2 \cdot \int I(x) dx} = \frac{\int |\tilde{I}(\nu)|^2 d\nu / \Delta\nu}{K^2 \cdot \tilde{I}(0)} = \frac{|\tilde{I}(\nu)|^2}{K^2 \cdot \tilde{I}(0)}.$$

Dabei ist $|\tilde{I}(\nu)|^2$ der Mittelwert von $|\tilde{I}(\nu)|^2$. Um die Lichtausbeute η möglichst groß zu machen, muß die Normierungskonstante K möglichst klein sein. Da $K^2 = \max_{\nu} \{|\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|^2\}$, wird K am kleinsten, wenn die Fourieramplituden $|\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|$ alle gleich groß sind (siehe III.2.a)). Dies kann am besten dadurch erreicht werden, daß man für $m(x) = e^{i\varphi(x)}$ Zufallsphasen wählt, die im Scharmittelwert unkorreliert sind (z.B. eine Mattscheibe):

$$\langle m(x') m^*(x'+x) \rangle = \langle e^{i[\varphi(x') - \varphi(x'+x)]} \rangle = \delta(x).$$

Damit sind die Amplitudenquadrate $|\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|^2$ ungefähr gleich dem Scharmittelwert:

$$\begin{aligned}
 \langle |(\tilde{u} * \tilde{m})(\nu)|^2 \rangle &= \langle \int [(um) \otimes (um)](x) \cdot e^{-2\pi i \nu x} dx \rangle = \\
 &= \int \int u(x') u^*(x'+x) \underbrace{\langle m(x') m^*(x'+x) \rangle}_{=\delta(x)} \cdot e^{-2\pi i \nu x} dx dx' = \\
 &= \int |u(x')|^2 dx' = \int I(x') dx' = \tilde{I}(0).
 \end{aligned}$$

Für die Normierungskonstante K gilt dann:

$$K^2 = \max_{\nu} |\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|^2 \approx \langle |\tilde{u}(\nu) * \tilde{m}(\nu)|^2 \rangle = \tilde{I}(0).$$

Die Lichtausbeute η ist dann maximal:

$$\eta_{\max} = \overline{|\tilde{I}(\nu)|^2} / (K^2 \cdot \tilde{I}(0)) = \overline{|\tilde{I}(\nu)|^2} / |\tilde{I}(0)|^2 < 1.$$

$\eta_{\max}$ sieht ähnlich aus wie η für den kohärenten Fall (vgl. GIII.18). Die Lichtausbeute kann jedoch im inkohärenten Fall nicht weiter vergrößert werden, da $\tilde{I}(\nu)$ fest vorgegeben ist und nicht (wie im kohärenten Fall für $\tilde{u}(\nu)$) durch eine Phasemaske in Richtung auf konstantes $|\tilde{I}(\nu)|$ verändert werden kann.

Tabelle 4 zeigt einen Vergleich des kohärenten matched filters mit und ohne Phasemaske sowie des inkohärenten matched filters bezüglich des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses SNR, der Lichtausbeute η und der Ortsauflösung δx des Filterprozesses.

	kohärent ohne Maske	kohärent mit Maske Objektort x_0 unbekannt bekannt bis auf $\pm \delta x_{\text{obj}}/2$		inkohärent
SNR	$\text{SNR}_k \approx \overline{ \tilde{u}(\nu) ^2} / \tilde{R}_n$	$\text{SNR} < \text{SNR}_k$	$\text{SNR} \approx \text{SNR}_k$	$\text{SNR}_{\text{ink}} = \sqrt{\overline{ \tilde{I}(\nu) ^2}} / \tilde{R}_n$
η	$\eta_k = \overline{ \tilde{u}(\nu) ^2} / \tilde{u}(0) ^2 \ll 1$	$\eta_k < \eta < 1$	$\eta \lesssim 1$	$\eta_{\max} = \overline{ \tilde{I}(\nu) ^2} / \tilde{I}(0) ^2 < 1$
δx	$\delta x \approx \delta x_{\text{obj}}$	$\delta x > \delta x_{\text{obj}}$	$\delta x \approx \delta x_{\text{obj}}$	$\delta x \approx \delta x_{\text{obj}}$

Tabelle 4: Vergleich verschiedener "matched filter"-Methoden

Wird das jeweilige Filter $\tilde{p}_f(\nu)$ als Hologramm hergestellt, so gelangt jeweils nur ein Teil des Lichts in die relevante Beu-

gungsordnung des Hologramms. In diesem Fall muß η mit einem Faktor η_0 multipliziert werden, der den Anteil des in die relevante Beugungsordnung gelangenden Lichts angibt.

Tabelle 4 zeigt, daß die kohärente Filterung ohne Maske und die inkohärente Filterung etwa äquivalent sind bezüglich η und δx . Das SNR ist im kohärenten Fall im allgemeinen größer. Wenn der Ort x_0 des Objekts $u(x-x_0)$ in der Eingangsebene bis auf etwa $\pm \delta x_{\text{Obj}}/2$ bekannt ist, bringt die kohärente Filterung mit Maske einen starken Gewinn an Lichtausbeute, ohne SNR und δx wesentlich zu verschlechtern.

Die kohärente bzw. inkohärente Filterung haben jedoch einige grundsätzliche Vor- und Nachteile, die in der Tabelle nicht berücksichtigt sind: Im inkohärenten Fall können außer Transmissionsobjekten (Bilder auf Film) auch Reflexionsobjekte (z. B. Papierbilder) verwendet werden. Eine kleine laterale Verschiebung des Filters $\tilde{p}_f(v)$ verschlechtert im kohärenten Fall die Ortsauflösung δx , während sie im inkohärenten Fall keine Änderung bewirkt. Außerdem tritt im kohärenten Fall Rauschen durch Laserspeckles auf. Wird andererseits zur inkohärenten, monochromatischen Filterung ein Laser mit rotierender Mattscheibe verwendet, so kann nur ein kleiner Teil des Laserlichts zur Filterung ausgenutzt werden, da die Mattscheibe das Licht isotrop in alle Richtungen streut. Im kohärenten Fall kann dagegen ein größerer Teil des Laserlichts zur Filterung verwendet werden.

IV ÜBERBLICK UND AUSBLICK

Es wurden Methoden entwickelt, mit denen verschiedene Merkmale von Histogrammen von Bildern in Fernseh-Echtzeit gemessen werden können. Solche Methoden haben verschiedene Anwendungen: Zum einen können Texturen schnell und flexibel unterschieden werden. Das am Institut vorhandene optisch-elektronische System ist hierfür aufgrund seiner Flexibilität besonders gut geeignet. Zum anderen kann die Entropie eines Bildes und damit auch sein Fokussierungszustand einfach und schnell gemessen werden. Die Theorie der Messung von Histogramm-Merkmalen kann in verschiedene Richtungen ergänzt und erweitert werden. So kann man z. B. Methoden entwickeln, um die Entropie von gerasterten Bildern zu messen. Man könnte auch versuchen, in Rasterbildern verschiedene Texturen durch Messung von Histogramm-Merkmalen zu unterscheiden.

Zur Synthese von Texturen mit vorgegebener Autokorrelation (und vorgegebenem Histogramm) wurde eine optische Methode ausgearbeitet. Bisher wurde diese Methode nur mit einem einfachen, optisch herstellbaren Filter getestet, das die gewünschte Autokorrelation mit relativ geringer Genauigkeit erzeugt. Es bleibt zu untersuchen, wie genau eine Textur mit vorgegebenen statistischen Eigenschaften erzeugt werden kann, wenn das entsprechende Filter digital berechnet wird. Der Vorteil dieser Methode ist, daß mit einem Filter mit einem relativ kleinen Orts-Bandbreite-Produkt eine Textur mit einem großen Orts-Bandbreite-Produkt erzeugt werden kann.

Aus der Betrachtung von Histogrammen der Fourieramplituden von Bildern in Bildsequenzen wurde eine Methode zur Datenkompression von Bildsequenzen entwickelt. Es bleibt zu testen, wie weit sich diese Methode mit anderen Methoden zur Datenreduktion kombinieren läßt, um die Datenrate mindestens auf ein Maß zu reduzieren, wie es mit im Ortsbereich arbeitenden Methoden erreicht wird.

Eine weitere Anwendung der Histogramme von Fourieramplituden war die Zweiweg-Codierung. Dabei wird mit dem gleichen Filter jedes von zwei Bildern in das andere Bild umgewandelt. Das Filter wurde so optimiert, daß sich in beiden Filterprozessen insgesamt minimale Fehler ergaben. In Erweiterung der Methode könnte man versuchen, zu einem gegebenen Eingangsobjekt ein codiertes Bild (z. B. "Rauschen") so zu konstruieren, daß die Fourieramplituden beider Bilder möglichst ähnlich sind. In diesem Fall könnte man mit dem gleichen Filter aus dem Eingangsbild das codierte Bild erzeugen und umgekehrt, wobei in beiden Prozessen fast keine Fehler auftreten. Eine solche Methode könnte z. B. zur Ver- und Entschlüsselung eines Bildes verwendet werden.

Zur Verbesserung der Lichtausbeute beim kohärent-optischen "matched filter" wurde eine Methode entwickelt, die das Fourierspektrum des Eingangsobjekts gleichmäßiger macht. Ist insbesondere der Ort des Eingangsobjekts bekannt, so kann die Lichtausbeute des Filterprozesses stark erhöht werden, während sich das Signal-zu-Rausch-Verhältnis kaum ändert. Die Lichtausbeute ist in diesem Fall größer als beim inkohärenten "matched filter". Es bleibt das Problem, eine optimal geeignete Phasenmaske zu konstruieren und herzustellen. Außerdem könnte man noch untersuchen, ob sich eine ähnliche Methode auch auf andere Filterprozesse anwenden läßt, um die Lichtausbeute zu erhöhen.

ANHANG

AI. Spezielle Anhänge zu einzelnen Teilkapiteln

AI.1 (zu II.1.): Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit von Grauwerten in Bildern (Prat-78, Papo-65)

Das Histogramm eines diskreten Bildes zeigt die relativen Häufigkeiten p_k der Grauwerte w_k der einzelnen Bildpunkte. Welche Beziehung haben diese relativen Häufigkeiten zu Grauwertwahrscheinlichkeiten?

Man kann sich dafür folgendes Modell vorstellen:

Man geht aus von einer "Bildquelle", die eine Schar von (unendlich vielen) gleichartigen Bildern liefert (z. B. verschiedene Porträts, oder Landschaftsaufnahmen, usw.). Die Bilder sollen alle in gleichgroße Bildzellen eingeteilt sein; innerhalb jeder Bildzelle wird der Grauwert als konstant angenommen. Die Einteilung in diskrete Bildzellen endlicher Größe ist möglich, wenn die Bilder bandbegrenzt sind (siehe AII.2.d)). Hier sollen nur G diskrete Grauwerte aus dem Intervall $[0,1]$ vorkommen: $w_k = k \cdot \Delta w = k/G$. $\bar{p}_1(w_k; x_0, y_0)$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, daß in einem beliebigen Bild aus der Schar der Bildpunkt am Ort (x_0, y_0) den Grauwert w_k hat ((x_0, y_0) bezeichnet den Mittelpunkt der entsprechenden Bildzelle). Die Grauwertwahrscheinlichkeit in jedem Bildpunkt ist also durch einen Scharmittelwert über alle Bilder definiert. Analog werden Wahrscheinlichkeiten höherer Ordnung als Scharmittelwerte über Anordnungen mehrerer benachbarter Bildpunkte definiert. So bezeichnet z. B. $\bar{p}_2(w_k, w_1; x_0, y_0; x_1, y_1)$ in jedem Bild die Wahrscheinlichkeit zweiter Ordnung, daß der Bildpunkt am Ort (x_0, y_0) den Grauwert w_k und der Bildpunkt am Ort (x_1, y_1) den Grauwert w_1 hat.

Eine Bildquelle heißt "stationär" in n -ter Ordnung, wenn in jedem Bild die Grauwertwahrscheinlichkeiten bis zur n -ten Ord-

nung gleich bleiben, wenn die Koordinaten der Bildpunkte um eine beliebige, feste Strecke (ξ, η) verschoben werden. Stationarität zweiter Ordnung heißt z. B.:

$$\bar{P}_1(w_k; x_0, y_0) = \bar{P}_1(w_k; x_0 + \xi, y_0 + \eta) \quad \text{und}$$

$$\bar{P}_2(w_k, w_l; x_0, y_0; x_1, y_1) = \bar{P}_2(w_k, w_l; x_0 + \xi, y_0 + \eta; x_1 + \xi, y_1 + \eta)$$

für alle ξ, η und für alle w_k, w_l . Das bedeutet, daß die Grauwertwahrscheinlichkeit erster Ordnung nicht mehr von den Koordinaten (x, y) abhängt:

$$\bar{P}_1(w_k; x, y) = \bar{P}_1(w_k).$$

Die Wahrscheinlichkeit zweiter Ordnung hängt dann nur noch von den Differenzkoordinaten der zwei Bildpunkte ab:

$$\bar{P}_2(w_k, w_l; x_0, y_0; x_1, y_1) = \bar{P}_2(w_k, w_l; \Delta x, \Delta y)$$

mit $\Delta x = x_1 - x_0$, $\Delta y = y_1 - y_0$. Betrachtet man nur eine bestimmte Anordnung benachbarter Bildpunkte, so sind Δx und Δy fest vorgegeben (z. B. für zwei in x-Richtung benachbarte Bildpunkte: $\Delta x = \delta x$, $\Delta y = 0$). Man kann dann statt $\bar{P}_2(w_k, w_l; \Delta x, \Delta y)$ schreiben: $\bar{P}_2(w_k, w_l)$.

In natürlichen Bildscharen ist die Stationarität nur näherungsweise erfüllt. Texturen (z. B. Gras) sind meist in guter Näherung stationär (verschiedene Bildpunkte eines Texturbilds haben in etwa die gleichen Grauwertwahrscheinlichkeiten). Für Landschaftsaufnahmen ist dagegen die Stationarität nicht sehr gut erfüllt; z. B. haben Bildpunkte im Bildteil "Himmel" andere Wahrscheinlichkeiten als im Bildteil "Wald".

Eine stationäre Bildquelle heißt "ergodisch", wenn Scharmittelwerte durch Ortsmittelwerte über ein einziges, beliebiges Bild aus der Schar ersetzt werden können. Ist z. B. ein Bild stationär und ergodisch in erster Ordnung, so heißt das, daß für alle Grauwerte w_k die Grauwertwahrscheinlichkeit $\bar{P}_1(w_k)$

gleich ist der relativen Häufigkeit p_k , mit der der Grauwert w_k im Bild vorkommt:

$$\bar{p}_1(w_k) = p_k = N_k/N.$$

Dabei ist N die Gesamtzahl der Bildpunkte im Bild, und N_k die Anzahl der Bildpunkte mit dem Grauwert w_k . Analog sind die Grauwertwahrscheinlichkeiten n -ter Ordnung gleich den entsprechenden relativen Häufigkeiten, wenn die Bildquelle stationär und ergodisch in n -ter Ordnung ist. Die Anzahl N der Bildpunkte muß dabei groß genug sein, so daß auch alle Grauwerte bzw. Grauwertkombinationen mit den entsprechenden Häufigkeiten im Bild vorkommen können. Im weiteren Text werden oft relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten gleichgesetzt. Man sollte jedoch immer bedenken, daß die dabei gemachten Annahmen der Stationarität und der Ergodizität bei natürlichen Bildscharen nur näherungsweise erfüllt sind.

Bisher wurden nur Bilder mit diskreten Grauwerten betrachtet. Man kann sich jedoch auch vorstellen, daß unsere "Bildquelle" Bilder liefert, deren Grauwerte kontinuierlich variieren. Jedes Bild ist dabei immer noch in diskrete Bildzellen endlicher Größe eingeteilt, die jeweils einen bestimmten Grauwert haben. Die Grauwerte können aber jetzt jeden Wert aus einer unendlich großen Anzahl von Werten des gegebenen Grauwertintervalls $[0,1]$ annehmen. In diesem Fall gehen die diskreten Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Grauwerte gegen Null, man kann nur noch Wahrscheinlichkeitsdichten $\bar{h}_1(w; x_0, y_0)$ angeben. Dabei ist $\bar{h}_1(w; x_0, y_0)dw$ die Wahrscheinlichkeit, daß in einem beliebigen Bild der Schar der Bildpunkt am Ort (x_0, y_0) einen Grauwert hat, der im Intervall $[w, w+dw[$ liegt. Analog können auch Wahrscheinlichkeitsdichten höherer Ordnung definiert werden.

Die Bildquelle kann ebenso wie im Fall diskreter Grauwerte stationär sein, das heißt z. B. in erster Ordnung:

$\bar{h}_1(w; x_0, y_0) = \bar{h}_1(w)$, unabhängig von (x_0, y_0) . Wenn die Bild-

quelle außerdem ergodisch ist, müssen in jedem Einzelbild alle Grauwerte w mit einer "Häufigkeitsdichte" $h_1(w)$ vorkommen, die der Wahrscheinlichkeitsdichte $\bar{h}_1(w)$ entspricht. Da die Anzahl der Grauwerte w unendlich groß ist, muß auch die Anzahl der Bildzellen in jedem Bild unendlich groß sein, und das Bild muß unendlich ausgedehnt sein. Aus einem endlich ausgedehnten Bild kann man also nie genau die kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsdichte $h_1(w)$ bestimmen (höchstens näherungsweise, z. B. durch Interpolation), sondern nur diskrete Wahrscheinlichkeiten.

Im diskreten und im kontinuierlichen Fall wurde hier davon ausgegangen, daß ein Bild in Bildzellen endlicher Größe eingeteilt ist, wobei jede Bildzelle einen bestimmten Grauwert hat, d. h. das Bild wurde in den Ortskoordinaten (x,y) als diskret angenommen. Die Bilder, die die Natur uns liefert, könnte man jedoch als kontinuierlich im Ortsbereich betrachten (z. B. natürliche Landschaft, usw.). Zur Bildverarbeitung muß man ein Bild jedoch "aufnehmen" und speichern (spätestens nach der optischen Verarbeitung), z. B. auf fotografischem Film, oder mit einer Fernsehkamera. Durch den Aufnahme-prozeß erfolgt eine Diskretisierung in den Ortskoordinaten. Beim Fernsehbild ist die minimale Größe einer Bildzelle durch die Größe eines Abtastpunkts der Fernsehkamera bestimmt, während beim fotografischen Film die minimale Größe einer Bildzelle durch die Größe der Filmkörner in der fotografischen Emulsion bestimmt wird (dabei müssen viele Filmkörner in einer Zelle enthalten sein, um eine genügend hohe Grauwertauflösung zu erzeugen). Die Annahme diskreter Bildzellen ist also in den meisten praktischen Fällen gerechtfertigt.

Durch den Aufnahme-prozeß erhält man keine kontinuierlichen, sondern nur endlich viele diskrete Grauwerte. Dies ist dadurch bedingt, daß beim Aufnahme-prozeß immer Rauschen auftritt und die (ursprünglich kontinuierlichen) Grauwerte nur mit einer endlich großen Genauigkeit gemessen werden können. Man kann also keine kontinuierlichen Grauwert-häufigkeitsdichten messen, sondern diese nur durch Bestimmung diskreter Meßwerte und Interpolation annähern. Zur Darstellung der Theorie von

Histogrammen und Histogramm-Merkmalen ist es jedoch oft angebracht, zu kontinuierlichen Grauwerten überzugehen, da die mathematische Darstellung übersichtlicher wird.

AI.2.(zu II.2.A.c)(i): Histogramm-Rekonstruktion aus Momenten

Alle Methoden werden hier für Histogramme erster Ordnung $h_1(w)$ gezeigt, sie können leicht auf Histogramme höherer Ordnung erweitert werden.

AI.2.a) für Histogramme beliebiger Form

Natürliche Momente M_n von $h_1(w)$ sind definiert durch:

$$M_n = \int w^n \cdot h_1(w) \, dw. \quad (\text{GA.1})$$

Aus den natürlichen Momenten kann man die Koeffizienten der Taylorreihe der Fouriertransformierten $\tilde{h}_1(\alpha)$ ("charakteristische Funktion") von $h_1(w)$ bestimmen:

$$\tilde{h}_1(\alpha) = \int h_1(w) \cdot e^{-2\pi i \alpha w} \, dw.$$

Die Taylorentwicklung von $\tilde{h}_1(\alpha)$ um $\alpha=0$ herum ist:

$$\tilde{h}_1(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot \alpha^n / n!$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} c_n &= \left. \frac{d^n \tilde{h}_1(\alpha)}{d\alpha^n} \right|_{\alpha=0} = \left[\frac{d^n}{d\alpha^n} \int h_1(w) \cdot e^{-2\pi i \alpha w} \, dw \right]_{\alpha=0} = \\ &= \int h_1(w) \cdot (-2\pi i w)^n \, dw = (-2\pi i)^n \cdot M_n. \end{aligned}$$

Aus den M_n können also die Koeffizienten c_n bestimmt werden und daraus $\tilde{h}_1(\alpha)$; durch inverse Fouriertransformation erhält

man das Histogramm $h_1(w)$. Eine andere Methode zur Rekonstruktion von Histogrammen aus Momenten ist das "moment matching" (Teag-80):

Das Histogramm $h_1(w)$ wird als eine Reihe mit unbekannten Koeffizienten dargestellt:

$$h_1(w) = b_0 + b_1 w + b_2 w^2 + \dots = \sum_{n=0}^{N-1} b_n w^n. \quad (\text{GA.2})$$

Dabei sollen die N Koeffizienten so bestimmt werden, daß ihre N Momente $M_k (\alpha=0 \dots N-1)$ genau den vorgegebenen Momenten entsprechen.

Setzt man (GA.2) in (GA.1) ein, so kann man die Momente M_k durch die Koeffizienten b_n ausdrücken:

$$M_k = \int w^k h_1(w) dw = \sum_{n=0}^{N-1} b_n \cdot \int_0^1 w^{n+k} dw = \sum_{n=0}^{N-1} b_n \cdot \alpha_{nk}. \quad (\text{GA.3})$$

Man kann diese Gleichungen in Matrixdarstellung schreiben:

$$\begin{matrix} \xrightarrow{n} \\ k \downarrow \left(\begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \alpha_{nk} \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right) \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \left(\begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ b_n \\ \vdots \end{matrix} \right) \downarrow n \end{matrix} = \begin{matrix} \left(\begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ M_k \\ \vdots \end{matrix} \right) \downarrow k \end{matrix}$$

Durch Invertieren der Matrix (α_{nk}) kann man die Koeffizienten b_n berechnen aus den Momenten M_n .

Oft ist es günstiger, das Histogramm $h_1(w)$ nicht um $w=0$ herum, sondern um $w=1/2$ herum zu entwickeln und auch Momente um $w=1/2$ herum zu messen. Man erhält ähnliche Gleichungen, wenn man in (GA.1), (GA.2) und (GA.3) w durch $w-1/2$ ersetzt und die Integrationsgrenzen ändert von $-1/2$ bis $1/2$. Ein Nachteil bei dieser Methode ist, daß sich die Koeffizienten b_{nk} ändern, wenn die Anzahl der Momente M_n vergrößert wird. Außerdem muß eine relativ große Matrix invertiert werden.

AI.2.b) für Histogramme spezieller Form

Wird ein Histogramm $h_{1,d}(\Delta w)$ näherungsweise durch eine Summe zweier Gaußfunktionen beschrieben, so kann es aus vier Momenten rekonstruiert werden. Dies wird im folgenden gezeigt. Es gilt:

$$h_{1,d}(\Delta w) \approx a_1 e^{-\Delta w^2/b_1^2} + a_2 e^{-\Delta w^2/b_2^2} =: h_{rek}(\Delta w).$$

Die Momente sollen hier definiert sein als:

$$\bar{M}_n = \int |\Delta w|^n \cdot h_{1,d}(\Delta w) d\Delta w.$$

Die ersten vier Momente von $h_{1,d}(\Delta w)$ sollen gleich sein den ersten vier Momenten von $h_{rek}(\Delta w)$. Für diese gilt:

$$\bar{M}_0/\sqrt{\pi} = \int h_{rek}(\Delta w) d\Delta w/\sqrt{\pi} = a_1 b_1 + a_2 b_2 =: M'_0$$

$$\bar{M}_1 = \int |\Delta w| \cdot h_{rek}(\Delta w) d\Delta w = a_1 b_1^2 + a_2 b_2^2 =: M'_1$$

$$2\bar{M}_2/\sqrt{\pi} = 2 \int |\Delta w|^2 \cdot h_{rek}(\Delta w) d\Delta w/\sqrt{\pi} = a_1 b_1^3 + a_2 b_2^3 =: M'_2$$

$$\bar{M}_3 = \int |\Delta w|^3 \cdot h_{rek}(\Delta w) d\Delta w = a_1 b_1^4 + a_2 b_2^4 =: M'_3. \quad (GA.4)$$

Durch Linearkombination dieser Gleichungen werden die Variablen nacheinander eliminiert. Hier werden nur die wichtigsten Gleichungen gezeigt:

$$a_1 b_1 (b_1 - b_2) = M'_1 - M'_0 b_2. \quad (GA.5)$$

Nach einigen weiteren Schritten erhält man:

$$b_1 + b_2 = (M'_1 M'_2 - M'_3 M'_0) / (M'^2_1 - M'_0 M'_2) =: C \quad (GA.6)$$

und mit $B := (M'_1 C - M'_2) / M'_0$ ergibt sich schließlich:

$$b_{1(2)} = [C \pm \sqrt{C^2 - 4B}] / 2. \quad (GA.7)$$

Aus (GA.7), (GA.6), (GA.5), (GA.4) können sukzessive die Variablen b_1 , b_2 , a_1 , a_2 bestimmt werden.

Anstatt des 3. Moments $\bar{M}_3$ kann man zur Variablenbestimmung auch das Histogramm in $\Delta w=0$ vorgeben:

$$h_{\text{rek}}(0) = a_1 + a_2.$$

Aus $h_{\text{rek}}(0)$, $\bar{M}_0$, $\bar{M}_1$, und $\bar{M}_2$ lassen sich die Variablen a_1 , a_2 , b_1 , b_2 in analoger Weise berechnen wie aus $\bar{M}_0$, $\bar{M}_1$, $\bar{M}_2$, und $\bar{M}_3$. Es kann vorkommen, daß die Wurzel in (GA.7) keine reelle Lösung hat. In diesem Fall kann das Histogramm durch eine Gaußfunktion angenähert werden:

$$h_{1,d}(\Delta w) \approx a e^{-\Delta w^2/b^2} \quad \text{mit } b^2 = 2 \cdot \bar{M}_2 / \bar{M}_0 \quad \text{und } a = \bar{M}_0 / (\sqrt{\pi} b).$$

Es ist auch möglich, vier andere Momente (z.B. M_0 , M_2 , M_4 , M_6) zu messen und daraus a_1 , a_2 , b_1 , b_2 zu bestimmen. Eine noch genauere Bestimmung könnte sich dadurch ergeben, daß man mehr als vier Momente mißt und die Variablen a_1 , a_2 , b_1 , b_2 so berechnet, daß die gemessenen Momente M_n und die Momente des rekonstruierten Histogramms minimale Abweichung voneinander haben.

AI.3 (zu II.2.A.e)(i)): Genaue Definition der Entropie eines Bildes

Für statistisch unabhängige Bildpunkte mit diskreten Grauwerten w_k mit den Wahrscheinlichkeiten p_k ist die Entropie der statistische Mittelwert der Information $I_k = -\text{ld}(p_k)$:

$$H_1 = \sum_k p_k I_k = - \sum_k p_k \cdot \text{ld}(p_k).$$

In den meisten natürlichen Bildern sind die Grauwerte benachbarter Bildpunkte voneinander abhängig. Deshalb müssen zur genaueren Bestimmung des mittleren Informationsgehalts pro Bildpunkt (=Entropie) Histogramme höherer Ordnung heran-

gezogen werden, also Grauwertwahrscheinlichkeiten benachbarter Bildpunkte (siehe II.1.).

Den exakten unteren Grenzwert für die Entropie könnte man erst aus Histogrammen n -ter Ordnung für $n \rightarrow \infty$ bestimmen. Zur Bestimmung solcher Wahrscheinlichkeiten müßte jedoch das Bild unendlich ausgedehnt sein. Für normale Fernsehbilder mit ca. 512^2 Bildpunkten kann man für $G=64$ Grauwerte gerade noch die Histogramme dritter Ordnung einigermaßen verläßlich bestimmen, d. h. Grauwertwahrscheinlichkeiten je dreier benachbarter Bildpunkte (ergibt $64^3=2^{18}$ mögliche Grauwertkombinationen, von denen aber ein großer Teil im Bild nie vorkommt).

Wie kann man nun die Entropie höherer Ordnung berechnen? In zweiter Näherung geht man davon aus, daß die Grauwerte je zweier benachbarter Bildpunkte voneinander abhängen. Gegeben sind also die Wahrscheinlichkeiten p_{kl} für die Grauwerte w_k, w_l der zwei Bildpunkte und außerdem die bedingten Wahrscheinlichkeiten $p_{l|k}=p_{kl}/p_k$: $p_{l|k}$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß der zweite Bildpunkt den Wert w_l hat, wenn schon bekannt ist, daß der erste Bildpunkt den Grauwert w_k hat (siehe II.1.).

Die Information eines Grauwerts w_k mit der Wahrscheinlichkeit p_k ist definiert als:

$$I_k = -\lg(p_k).$$

Für zwei benachbarte Grauwerte w_k, w_l mit der Wahrscheinlichkeit p_{kl} ist die Information:

$$I_{kl} = -\lg(p_{kl}).$$

Aus der bedingten Wahrscheinlichkeit $p_{l|k}$ definiert man analog eine bedingte Information:

$$I_{l|k} = -\lg(p_{l|k}) = -\lg(p_{kl}/p_k) = I_{kl} - I_k.$$

Dies ist die Information, die man aus der Messung des zweiten Grauwerts w_1 gewinnt, wenn vorher der erste Grauwert w_k schon bekannt ist. Man kann sich nun den Aufbau eines Bildes so vorstellen: Man fängt mit dem Grauwert des ersten Bildpunkts an und bestimmt mit Hilfe der Information $I_{1|k}$ den Grauwert des zweiten Bildpunkts; aus dem zweiten Bildpunkt bestimmt man den dritten Bildpunkt usw. Zur Bestimmung des Grauwerts jedes Bildpunkts ist also im Mittel nur jeweils die bedingte Information $I_{1|k}$ erforderlich, da der Grauwert des vorigen Bildpunkts bekannt ist. Daher ist der mittlere Informationsgehalt pro Bildpunkt der statistische Mittelwert der bedingten Information:

$$\begin{aligned} H'_2 &= \sum_k \sum_l p_{kl} I_{1|k} = - \sum_k \sum_l p_{kl} \cdot \text{ld}(p_{1|k}) = \\ &= - \sum_k \sum_l p_{kl} \cdot \text{ld}(p_{kl}) + \sum_k \underbrace{\sum_l p_{kl}}_{=p_k} \cdot \text{ld}(p_k) = H_2 - H_1. \end{aligned}$$

Dabei ist H_1 die Entropie erster Ordnung, und H_2 ist analog definiert als:

$$H_2 = - \sum_k \sum_l p_{kl} \cdot \text{ld}(p_{kl}).$$

Analog läßt sich die Definition der Entropie zur n-ten Ordnung erweitern. Dabei muß man für eine kompakte Anordnung von n Bildpunkten jeweils bedingte Wahrscheinlichkeiten des Grauwerts des letzten von n Bildpunkten betrachten, wenn die Grauwerte der (n-1) vorhergehenden Bildpunkte schon bekannt sind. Je größer n ist, desto mehr Möglichkeiten gibt es, n Bildpunkte so anzuordnen, daß sie "maximal benachbart" zueinander sind (Fig. A1). Die Entropie ergibt sich dann als Minimum der Einzelentropie über die verschiedenen Anordnungen.

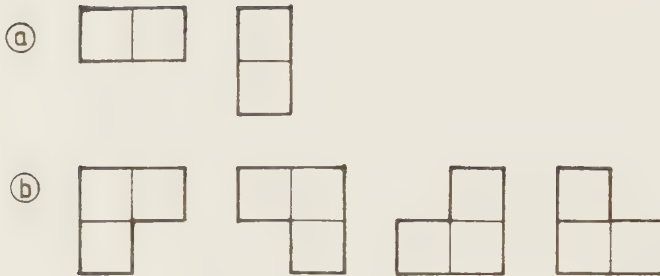


Fig. A1: Möglichkeiten, n Bildpunkte "maximal benachbart" anzuordnen: a) für $n=2$, b) für $n=3$

Für kontinuierliche Grauwerte läßt sich aus den kontinuierlichen bedingten Histogrammen höherer Ordnung eine differentielle Entropie höherer Ordnung bestimmen (analog zur differentiellen Entropie erster Ordnung, siehe II.2.A.e)(i)). Diskutiert man die Grauwerte in G Stufen, so ergibt sich der gleiche Zusammenhang zwischen differentieller Entropie $H_{\text{diff},n}$ und diskreter Entropie H_n wie für die erste Ordnung:

$$H_{\text{diff},n} = H_n - \lg(G). \quad (\text{siehe (GII.13)})$$

Die Entropie läßt sich auch aus dem Histogramm des differenzierten Bildes $\Delta w(x,y)$ berechnen. Hat das Originalbild G Graustufen w_k im Bereich $[0...1]$, so hat das differenzierte Bild $2 \cdot G$ Graustufen Δw_k im Bereich $[-1...1]$. Aus der Wahrscheinlichkeitsdichte $h_{1,d}(\Delta w)$ ergibt sich dann die diskrete Wahrscheinlichkeit $h_{1,d}(\Delta w_k) \cdot \delta w$ für einen Grauwert im Intervall $[\Delta w_k, \Delta w_k + \delta w]$; dabei ist die Breite des Intervalls $\delta w = 2/(2G) = 1/G$. Der Zusammenhang zwischen diskreter Entropie H_1 und differentieller Entropie $H_{\text{diff},1}$ des differenzierten Bildes ist dann wie beim Originalbild (vgl. GII.13):

$$\begin{aligned}
 H_1 &= - \sum_{k=1}^{2G} h_{1,d}(\Delta w) \cdot \delta w \cdot \lg[h_{1,d}(\Delta w) \cdot \delta w] \approx \\
 &\approx - \int_{-1}^1 h_{1,d}(\Delta w) \cdot \lg[h_{1,d}(\Delta w)] d\Delta w - \lg(\delta w) \cdot \underbrace{\int_{-1}^1 h_{1,d}(\Delta w) d\Delta w}_{=1} = \\
 &= H_{\text{diff},1} + \lg(G).
 \end{aligned}$$

AI.4 (zu II.2.B.): Beschreibung der verwendeten Geräte

AI.4.a) Digitales Bildverarbeitungssystem (Gerb-80)

Das am Lehrstuhl für Angewandte Optik vorhandene digitale Bildverarbeitungssystem erfüllt unter anderem folgende Forderungen:

- schnelle Punkt-zu-Punkt-Operationen von Fernsehbildern (in einem oder mehreren Fernsehbildzyklen von 40 msec)
- flexible Verarbeitung (Operationen können schnell geändert werden)
- punktweise schnelle Verknüpfung zweier Fernsehbilder durch Rückkopplung
- hohe Genauigkeit der Rechenoperationen (16 bit).

Fig. A2 zeigt ein vereinfachtes Schema des Bildverarbeitungssystems. Links oben wird ein Fernsehbild eingelesen, z. B. von einer Fernsehkamera. Es gibt zwei Datenwege: Im "Vorwärtskreis" werden die jeweiligen Eingangsdaten verarbeitet, und im "Rückwärtskreis" werden gleichzeitig die bisher im Bildspeicher (MEMORY) gespeicherten Daten verarbeitet. In der arithmetisch-logischen Einheit (ALU) können die Daten aus dem Vorwärts- und Rückwärtskreis punktweise miteinander verknüpft werden. Das Ergebnis wird im Bildspeicher abgespeichert. In jedem Teilstück können die einlaufenden Daten über Bitebenen-Selektoren (BPS) und Loop-up-tables (LUT) punktweise transformiert werden. Außerdem ist es möglich, das Bild im Rückwärtskreis gegenüber dem Bild im Vorwärtskreis um ein oder mehrere Bildpunkte in horizontaler oder

vertikaler Richtung zu verschieben. In einem Fernsehbildzyklus (40 msec) können zwei Bilder mit je 512^2 Bildpunkten punktweise transformiert, miteinander verknüpft und abgespeichert werden. Die Steuerung geschieht über einen Host-Computer PDP 11/34, in den auch Daten aus dem Bildspeicher übertragen werden können (und umgekehrt). Das Ausgangsbild wird entweder in drei Farbsignale aufgespaltet und auf einem Farbmonitor sichtbar gemacht, oder es wird über eine Ausgangs-Lookup-table auf einen Schwarzweiß-Monitor gegeben.

Das System ist sehr gut dafür geeignet, einfache Operationen, die jeweils nur wenige benachbarte Bildpunkte einbeziehen, innerhalb weniger Fernsehbildzyklen auszuführen. Dazu gehören z. B. Differentiation eines Bildes, auch Erosion, Dilatation und ähnliche Operationen, die in der digitalen Bildverarbeitung von Bedeutung sind (Prat-78).

AI.4.b) Hybrid optisch-elektronische nichtlineare Komponente (Göt-Jah-82, Götz-83)

Fig. A3 zeigt den prinzipiellen Aufbau der nichtlinearen Komponente, mit deren Hilfe ein Bild punktweise nichtlinear transformiert werden kann: Ein Bild $w(x',y')$ wird zeilenweise mit einer Fernsehkamera abgetastet. Jede Bildzeile ($y'=\text{const.}$) wird punktweise auf einem schnellen Oszilloskop dargestellt, wobei die x -Koordinate auf dem Oszilloskop der x' -Koordinate des Bildpunkts $w(x',y')$ entspricht, während durch die vertikale y -Koordinate die Intensität $w(x',y')$ dargestellt wird. Die Abklingzeit eines leuchtenden Bildpunkts des Oszilloskops (50 nsec) ist wesentlich kleiner als die Taktzeit pro Fernsehbildpunkt (160 nsec). Dadurch wird sichergestellt, daß innerhalb der Taktzeit nur jeweils ein bestimmter Punkt des Oszilloskops leuchtet und detektiert werden kann. Auf dem Oszilloskop ist eine Maske angebracht, durch die die Intensität des Lichtpunkts am Oszilloskop abgeschwächt wird. Variiert die Transmission der Maske in y -Richtung gemäß $f(y)$,

so wird dadurch die Intensität jedes leuchtenden Punkts $(x,y) \triangleq (x',w(x',y'))$ gemäß $f(w)$ abgeschwächt. Das Signal wird über eine Linse in einem Photomultiplier detektiert. Im Ausgang erhält man dann das transformierte Bild $f[w(x',y')]$, das z. B. auf einem Fernsehmonitor dargestellt werden kann.

Durch verschiedene Masken $f(y) \triangleq f(w)$ lassen sich verschiedene Transformationen $f[w(x',y')]$ des Eingangsbildes jeweils in Fernseh-Echtzeit erzeugen, z. B. Schwellwertoperationen, quadratische Nichtlinearitäten usw. Die nichtlineare Komponente kann jedoch noch mehr: Wählt man z. B. eine Maske, deren Transmission nicht nur in y -, sondern auch in x -Richtung variiert, so kann man damit ein Bild auch ortsvariant (in Zeilenrichtung) transformieren. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Intensität des leuchtenden Punkts am Oszilloskop zu variieren: Wird z. B. jeder Bildpunkt $w(x',y')$ am Oszilloskop so dargestellt, daß die x -Koordinate der x' -Koordinate, die y -Koordinate der Intensität $w(x',y')$, und die Intensität des leuchtenden Punkts der y' -Koordinate entspricht, so kann man mit Hilfe einer Maske $T(x,y)$ ein transformiertes Bild der Form $y' \cdot T(w(x',y'))$ erzeugen; damit kann man z. B. durch Integration über das ganze Bild das $(0,1)$ -Moment $\int y' \cdot T(w(x',y')) dx dy$ des transformierten Bildes $T(w(x',y'))$ messen. Technische Einzelheiten dieser Komponente sind in der Dissertation von J.Götz (Götz-83) zu finden; Anwendungsbeispiele findet man unter anderem in (Göt-Jah-82).

AI.5 (zu II.3.b)): Autokorrelation und Leistungsspektrum von Laser-Speckles (Gold-65, Dain-75)

Zur Filterung wird der Aufbau von Fig. 20 verwendet. Eine Mattscheibe wird mit kohärentem, monochromatischem Laserlicht beleuchtet; die Lichtverteilung hinter der Mattscheibe ist $\tilde{m}(\nu, \mu)$. Hinter der Mattscheibe ist ein Filter angebracht mit der Amplitudentransmission $\tilde{p}_f(\nu, \mu)$. Die Struktur der Mattscheibe muß viel feiner sein als die Struktur des Filters.

Es wird angenommen, daß man die Mattscheibe in kleine Zellen einteilen kann, in denen die Phasen des gestreuten Lichts im Intervall $[-\pi, \pi]$ gleichverteilt sind; Amplituden und Phasen in verschiedenen Zellen sind statistisch unabhängig. Unter diesen Voraussetzungen sind die komplexen Amplituden $\tilde{m}(\nu, \mu)$ gaußverteilt (Dain-75):

$$h_1(\tilde{m}) \approx a \cdot e^{-|\tilde{m}|^2/b^2}.$$

Für gaußverteilte Funktionen $\tilde{m}(\nu, \mu)$ gilt das Reed-Theorem (Reed-62):

$$\langle \tilde{m}_1 \tilde{m}_2^* \tilde{m}_3^* \tilde{m}_4 \rangle = \langle \tilde{m}_1 \tilde{m}_2^* \rangle \langle \tilde{m}_3^* \tilde{m}_4 \rangle + \langle \tilde{m}_1 \tilde{m}_3^* \rangle \langle \tilde{m}_2^* \tilde{m}_4 \rangle. \quad (\text{GA.8})$$

Mit diesen Voraussetzungen kann man die Autokorrelation bzw. das Leistungsspektrum der Intensität des Specklemusters in der Beobachtungsebene berechnen.

Die Lichtverteilung hinter dem Filter ist:

$$\tilde{m}(\nu, \mu) \cdot \tilde{p}_f(\nu, \mu).$$

In der Beobachtungsebene erhält man die Fouriertransformierte:

$$t_A(x, y) = m(x, y) * p_f(x, y).$$

Die Intensität ist:

$$t(x, y) = |t_A(x, y)|^2 = |(m * p_f)(x, y)|^2.$$

Das Leistungsspektrum der Intensität ist das Scharmittel des Betragsquadrats der Fouriertransformierten:

$$\begin{aligned}
 \langle |\tilde{t}(\nu, \mu)|^2 \rangle &= \langle |[(\tilde{m}\tilde{p}_F) \otimes (\tilde{m}\tilde{p}_F)](\nu, \mu)|^2 \rangle = \\
 &= \langle \left| \int \tilde{m}(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{m}^*(\nu', \mu') \tilde{p}_F(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{p}_F^*(\nu', \mu') d\nu' d\mu' \right|^2 \rangle = \\
 &= \iiint \langle \tilde{m}(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{m}^*(\nu', \mu') \tilde{m}^*(\nu''+\nu, \mu''+\mu) \tilde{m}(\nu'', \mu'') \cdot \\
 &\quad \cdot \tilde{p}_F(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{p}_F^*(\nu', \mu') \tilde{p}_F^*(\nu''+\nu, \mu''+\mu) \tilde{p}_F(\nu'', \mu'') d\nu' d\mu' d\nu'' d\mu'' \rangle.
 \end{aligned}$$

Dabei wurde Integration und Scharmittelung vertauscht. Nach dem Reed-Theorem (GA.8) gilt für den Scharmittelwert:

$$\begin{aligned}
 \langle \tilde{m}(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{m}^*(\nu', \mu') \tilde{m}^*(\nu''+\nu, \mu''+\mu) \tilde{m}(\nu'', \mu'') \rangle &= \langle .^{(4)} \rangle = \\
 &= \langle \tilde{m}(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{m}^*(\nu', \mu') \rangle \cdot \langle \tilde{m}^*(\nu''+\nu, \mu''+\mu) \tilde{m}(\nu'', \mu'') \rangle + \\
 &\quad + \langle \tilde{m}(\nu'+\nu, \mu'+\mu) \tilde{m}^*(\nu''+\nu, \mu''+\mu) \rangle \cdot \langle \tilde{m}^*(\nu', \mu') \tilde{m}(\nu'', \mu'') \rangle.
 \end{aligned}$$

Die Feinstruktur der Mattscheibe soll für die Linse nicht auflösbar sein; dann gilt:

$$\langle \tilde{m}(\nu_1) \tilde{m}^*(\nu_2) \rangle \approx \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \delta(\nu_1 - \nu_2).$$

Man erhält schließlich für den Scharmittelwert vierter Ordnung:

$$\begin{aligned}
 \langle .^{(4)} \rangle &\approx \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \{ [\delta(\nu, \mu)]^2 + [\delta(\nu' - \nu'', \mu' - \mu'')]^2 \} \approx \\
 &\approx \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \{ \delta(\nu, \mu) + \delta(\nu' - \nu'', \mu' - \mu'') \}.
 \end{aligned}$$

Da es sich um "physikalische" δ -Funktionen (mit endlich kleiner Breite) handelt, kann hier δ^2 ungefähr durch δ ersetzt werden. Setzt man die erhaltenen Teilergebnisse in den Ausdruck für das Leistungsspektrum ein, so erhält man:

$$\begin{aligned}
 \langle |\tilde{t}(\nu, \mu)|^2 \rangle &= \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \left\{ \left| \iint \tilde{p}_F(\nu', \mu')^2 d\nu' d\mu' \right|^2 \cdot \delta(\nu, \mu) + \iint |\tilde{p}_F(\nu'+\nu, \mu'+\mu)|^2 \cdot \underbrace{|\tilde{p}_F(\nu', \mu')|^2}_{d\nu' d\mu'} \right\} \\
 &= \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \left\{ |\tilde{p}_F|^2 \otimes |\tilde{p}_F|^2 (0, 0) \cdot \delta(\nu, \mu) + (|\tilde{p}_F|^2 \otimes |\tilde{p}_F|^2)(\nu, \mu) \right\} = \\
 &= \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot (\tilde{p}_F \otimes \tilde{p}_F)(\nu, \mu) \cdot \{ \delta(\nu, \mu) + 1 \}.
 \end{aligned}$$

Dabei ist $\tilde{P}_f(\nu, \mu) = |\tilde{p}_f(\nu, \mu)|^2$ die Intensitätstransmission des Filters. Das Leistungsspektrum der Intensität des Specklemusters setzt sich also zusammen aus einer δ -Funktion und aus der Autokorrelation der Intensitätstransmission des Filters.

Die Autokorrelation der Intensität des Specklemusters läßt sich berechnen als Fouriertransformierte des Leistungsspektrums:

$$\begin{aligned} AC[t(x,y)] &= \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \{ (\tilde{P}_f \otimes \tilde{P}_f)(0,0) + |P_f(x,y)|^2 \} = \\ &= \langle |\tilde{m}|^2 \rangle \cdot \{ (|p_f \otimes p_f|^2)(0,0) + (|p_f \otimes p_f|^2)(x,y) \}. \end{aligned}$$

Dabei wurde

$$\begin{aligned} (\tilde{P}_f \otimes \tilde{P}_f)(0,0) &= \left| \iint |\tilde{p}_f(\nu', \mu')|^2 d\nu' d\mu' \right|^2 = \left| \iint |p_f(x', y)|^2 dx' dy \right|^2 = \\ &= (|p_f \otimes p_f|^2)(0,0) \text{ gesetzt.} \end{aligned}$$

Die Autokorrelation $AC[t(x,y)]$ besteht also aus einem konstantem Term und aus dem Betragsquadrat der Fouriertransformierten $p_f(x,y)$ von $\tilde{p}_f(\nu, \mu)$.

AI.6 (zu III.1.c)(ii): Optimierung der Filteramplitude bei der Zweiwegcodierung, mit Rauschen im Eingang

Wir nehmen an, daß dem Eingangssignal $u_1(x)$ bzw. $u_2(x)$ additives, signalunabhängiges Rauschen $n(x)$ überlagert ist, das den Scharmittelwert $\langle n(x) \rangle = 0$ hat. Die Fouriertransformierte des Rauschspektrums ist $\tilde{n}(\nu)$ mit $\langle \tilde{n}(\nu) \rangle = 0$, der Scharmittelwert des Rauschleistungsspektrums ist $\langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle$.

Als erstes Fehlerkriterium fordern wir, daß die Erwartungswerte der gewünschten und der tatsächlichen Leistungsspektren der Ausgangsbilder im arithmetischen Mittel der zwei Filterprozesse erhalten bleiben (siehe GIII.11):

$$|\tilde{u}_2(\nu)|^2 + |\tilde{u}_1(\nu)|^2 = \langle |[\tilde{u}_1(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \tilde{p}_f(\nu)|^2 \rangle + \langle |[\tilde{u}_2(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \tilde{p}_f^*(\nu)|^2 \rangle.$$

Beim Ausmultiplizieren wird berücksichtigt, daß nur Terme mit $\tilde{n}(\nu)$ statistisch schwanken, und daß das Rauschen signalunabhängig ist und einen Nullmittelwert hat. Übrig bleibt dann:

$$|\tilde{u}_2(\nu)|^2 + |\tilde{u}_1(\nu)|^2 = |\tilde{u}_1(\nu) \tilde{p}_f(\nu)|^2 + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle |\tilde{p}_f(\nu)|^2 + |\tilde{u}_2(\nu) \tilde{p}_f^*(\nu)|^2 + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle |\tilde{p}_f^*(\nu)|^2.$$

Setzt man die Amplitudenwerte aus (GIII.3) ein, so erhält man:

$$A_2^2(\nu) + A_1^2(\nu) = A_1^2(\nu) B^2(\nu) + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle B^2(\nu) + A_2^2(\nu) B^2(\nu) + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle B^2(\nu).$$

Schließlich ergibt sich die Filteramplitude:

$$B(\nu) = \left\{ [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu)] / [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu) + 2\langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle] \right\}^{1/2}.$$

Als zweites Fehlerkriterium wird der Erwartungswert des quadratischen Fehlers zwischen gewünschter und tatsächlicher Fourieramplitude im arithmetischen Mittel minimisiert (siehe GIII.13):

$$\langle |[\tilde{u}_1(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \tilde{p}_f(\nu) - \tilde{u}_2(\nu)|^2 \rangle + \langle |[\tilde{u}_2(\nu) + \tilde{n}(\nu)] \tilde{p}_f^*(\nu) - \tilde{u}_1(\nu)|^2 \rangle \rightarrow \text{Min.}$$

Ausmultiplizieren unter Berücksichtigung von $\langle \tilde{n}(\nu) \rangle = 0$ ergibt:

$$|\tilde{u}_1(\nu) \tilde{p}_f(\nu) - \tilde{u}_2(\nu)|^2 + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle |\tilde{p}_f(\nu)|^2 + |\tilde{u}_2(\nu) \tilde{p}_f^*(\nu) - \tilde{u}_1(\nu)|^2 + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle |\tilde{p}_f^*(\nu)|^2 \rightarrow \text{Minimum.}$$

Einsetzen der Amplituden- und Phasenfaktoren aus (GIII.3) ergibt:

$$\left\{ A_1^2(\nu) B^2(\nu) + A_2^2(\nu) - 2A_1(\nu) A_2(\nu) B(\nu) \cos [\varphi_1(\nu) + \beta(\nu) - \varphi_2(\nu)] + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle B^2(\nu) + A_2^2(\nu) B^2(\nu) + A_1^2(\nu) - 2A_1(\nu) A_2(\nu) B(\nu) \cos [\varphi_2(\nu) - \beta(\nu) - \varphi_1(\nu)] + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle B^2(\nu) \right\} \rightarrow \text{Minimum.}$$

Der ganze Ausdruck $\{...\}$ wird minimal, wenn die Cosinusterme maximal sind; d. h. für die Phasen muß gelten (vgl. GIII.4):

$$\beta(\nu) = \varphi_2(\nu) - \varphi_1(\nu).$$

Der verbleibende Ausdruck $\{...\}$ hat einen Extremwert, wenn seine Ableitung nach $B(\nu)$ Null ist:

$$0 = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial B(\nu)} \{...\} = A_1^2(\nu) B(\nu) - A_1(\nu) A_2(\nu) + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle B(\nu) + A_2^2(\nu) B(\nu) - A_1(\nu) A_2(\nu) + \langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle B(\nu).$$

Daraus erhält man für die Filteramplitude:

$$B(\nu) = 2A_1(\nu)A_2(\nu) / [A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu) + 2\langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle].$$

Der Ausdruck $\{...\}$ hat dort ein Minimum, da für die zweite Ableitung nach $B(\nu)$ gilt:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial B^2(\nu)} \{...\} = A_1^2(\nu) + A_2^2(\nu) + 2\langle |\tilde{n}(\nu)|^2 \rangle \geq 0.$$

AI.7 (zu III.2.a) und III.2.e): Theorie des kohärenten und des inkohärenten "matched filters"

Ein "matched filter" soll ein gegebenes, in x_0 zentriertes Eingangsobjekt im Aufbau von Fig. A4 in einen Detektionspeak in x_0 im Ausgang verwandeln, und zwar so, daß das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) im Peak maximal ist. Im folgenden wird $x_0=0$ gesetzt. Das SNR wird hier definiert als Verhältnis der Intensität im Korrelationspeak (ohne Rauschen) zur Standardabweichung der Intensität des Rauschens im Peak (bei Rauschen im Eingang).

Wir gehen aus von einem Objekt $u(x)$, das in $x=0$ zentriert ist und von additivem, signalunabhängigem, weißem Rauschen $n(x)$ mit Nullmittelwert überlagert ist:

$$\langle n(x) \rangle = 0, \quad \langle n(x') n^*(x'') \rangle = \tilde{R}_n \cdot \delta(x' - x'').$$

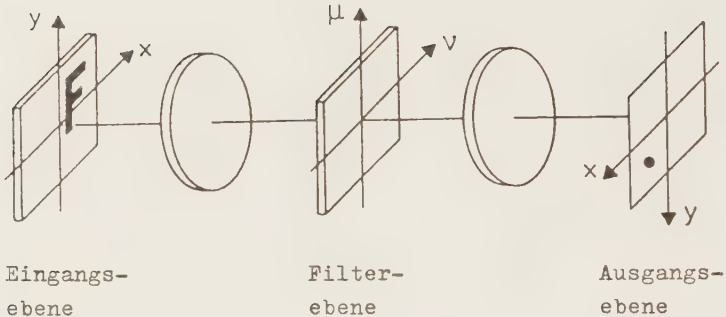


Fig. A4: matched filter - Aufbau

Die Häufigkeitsverteilung der Rauschwerte soll außerdem gaußförmig sein. In diesem Fall sind Korrelationen erster und dritter Ordnung Null ($\langle n(x) \rangle = 0 = \langle n(x') n^*(x'') n(x''') \rangle$), und Korrelationen vierter Ordnung lassen sich nach dem Reed-Theorem (Reed-62) zurückführen auf Korrelationen zweiter Ordnung (siehe auch AI.5):

$$\begin{aligned}
 \langle n(x') n^*(x'') n^*(x''') n(x''') \rangle &= \\
 &= \langle n(x') n^*(x'') \rangle \cdot \langle n^*(x''') n(x''') \rangle + \langle n(x') n^*(x''') \rangle \cdot \langle n^*(x'') n(x'') \rangle = \\
 &= \tilde{R}_n^2 \cdot [\delta(x' - x'') \cdot \delta(x''' - x''') + \delta(x' - x''') \cdot \delta(x'' - x'')] . \quad (GA.9)
 \end{aligned}$$

Im kohärenten Fall ist die Intensität im Korrelationspeak ohne Rauschen:

$$I_g = |(u * p_f)(0)|^2 = \left| \int \tilde{u}(\nu) \tilde{p}_f(\nu) d\nu \right|^2.$$

Die Intensität im Peak mit Rauschen ist:

$$\begin{aligned}
 I(0) &= \left| [u(x) + n(x)] * p_f(x) \right|_{x=0}^2 = \\
 &= |(u * p_f)(0)|^2 + |(n * p_f)(0)|^2 + [(u * p_f)(0)] \cdot [(n * p_f)^*(0)] + \\
 &\quad + [(u * p_f)^*(0)] \cdot [(n * p_f)(0)] . \quad (GA.10)
 \end{aligned}$$

Mit einem matched filter soll das Zeichen $u(x)$ in einem Feld von "Rauschzeichen" $n(x)$ erkannt werden. Zur Vereinfachung wollen wir annehmen, daß sich die "Rauschzeichen" und das zu erkennende Zeichen nicht überlappen. Dies ist in vielen praktischen Anwendungen der Fall, z. B. bei der Erkennung eines bestimmten Buchstabens in einem Feld verschiedener Buchstaben (Druckseite). Ist Δx_u die Ausdehnung des Zeichens $u(x)$, so gilt also für das Rauschen:

$$n(x) = n(x) \cdot [1 - \text{rect}(x/\Delta x_u)].$$

Außerdem soll die Ausdehnung des Punktbildes $p_f(x)$ nicht größer sein als die Ausdehnung Δx_u von $u(x)$. Dies ist beim matched filter erfüllt, da hier $p_f(x) = u(-x)$ ist, wie nachher gezeigt wird. Für $p_f(x)$ gilt also:

$$p_f(x) = p_f(x) \cdot \text{rect}(x/\Delta x_u).$$

In diesem Fall verschwinden die drei letzten Terme in (GA.10):

$$\begin{aligned} (n * p_f)(0) &= \int n(x) p_f(x) dx = \\ &= \int n(x) p_f(x) \cdot [1 - \text{rect}(x/\Delta x_u)] \cdot \text{rect}(x/\Delta x_u) dx = 0. \end{aligned}$$

Die Intensität im Korrelationspeak mit Rauschen ist also genau so groß wie die Intensität ohne Rauschen:

$$I(0) = |(u * p_f)(0)|^2 = I_s.$$

Zur Bestimmung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (SNR) kann man hier also nicht die Standardabweichung im Korrelationspeak verwenden. Zur Bestimmung des Rauschterms gehen wir deshalb aus von einem Eingangsobjekt, das nur Rauschen $n(x)$ enthält, und zwar auch an den Stellen, wo vorher das Objekt $u(x)$ war. Im Ausgang erhält man dann in $x=0$:

$$I_n(0) = |(n * p_f)(0)|^2.$$

Ein sinnvolles Maß für den Rauschterm im SNR ist die Standardabweichung σ_n :

$$\begin{aligned}\sigma_n^2 &= \langle |I_n(0) - \langle I_n(0) \rangle|^2 \rangle = \langle |I_n(0)|^2 \rangle - |\langle I_n(0) \rangle|^2 = \\ &= \langle |(n * p_f)(0)|^2 \rangle - |\langle |(n * p_f)(0)|^2 \rangle|^2.\end{aligned}$$

Dabei ist

$$\begin{aligned}\langle |(n * p_f)(0)|^2 \rangle &= \iint \underbrace{\langle n(x') n^*(x'') \rangle}_{= \tilde{R}_n \cdot \delta(x' - x'')} p_f(x') p_f(x'') dx' dx'' = \\ &= \tilde{R}_n \cdot \int |p_f(x)|^2 dx = \tilde{R}_n \cdot \int |\tilde{p}_f(\nu)|^2 d\nu \quad \text{und} \\ \langle |(n * p_f)(0)|^4 \rangle &= \iiint \underbrace{\langle n(x') n^*(x'') n^*(x''') n(x''') \rangle}_{\substack{= \tilde{R}_n^2 \cdot [\delta(x' - x'') \cdot \delta(x'' - x''') + \\ \text{(GA.9)} \quad + \delta(x' - x''') \cdot \delta(x'' - x''')]}} p_f(x') p_f^*(x'') p_f^*(x''') p_f(x''') \\ &= 2\tilde{R}_n^2 \cdot \int |p_f(x)|^2 dx^2 = 2\tilde{R}_n^2 \cdot \left| \int |\tilde{p}_f(\nu)|^2 d\nu \right|^2.\end{aligned}$$

Das Quadrat der Standardabweichung ist also:

$$\sigma_n^2 = \tilde{R}_n^2 \cdot \left| \int |\tilde{p}_f(\nu)|^2 d\nu \right|^2.$$

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist dann:

$$\text{SNR}_k = \frac{I_s}{\sigma_n} = \frac{\left| \int \tilde{u}(\nu) \tilde{p}_f(\nu) d\nu \right|^2}{\tilde{R}_n \cdot \int |\tilde{p}_f(\nu)|^2 d\nu}.$$

Das SNR wird jetzt normiert:

$$\text{SNR}_{\text{norm}} = \text{SNR}_k \cdot \frac{\tilde{R}_n}{\int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu} = \frac{\left| \int \tilde{u}(\nu) \tilde{p}_f(\nu) d\nu \right|^2}{\int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu \cdot \int |\tilde{p}_f(\nu)|^2 d\nu} \rightarrow \text{Max.} \quad (\text{GA.11})$$

Da $\int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu$ und $\tilde{R}_n$ nicht vom Filter $\tilde{p}_f(\nu)$ abhängen, sind SNR_k und SNR_{norm} für die gleiche Filterfunktion $\tilde{p}_f(\nu)$ maximal. Um SNR_{norm} zu maximieren, kann man die Schwarz'sche Ungleichung anwenden (Bron-76): Für je zwei beliebige komplexe Funk-

tionen $f_1(z)$ und $f_2(z)$ gilt:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z) \cdot f_2(z) dz \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(z)|^2 dz \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |f_2(z)|^2 dz.$$

Das Gleichheitszeichen gilt genau dann, wenn $f_1(z)$ proportional zum komplex Konjugierten $f_2^*(z)$ von $f_2(z)$ ist. Wendet man diese Beziehung auf (GA.11) an, so bedeutet das, daß das SNR im Ausgangspeak genau dann maximal ist, wenn gilt:

$$\tilde{f}_f(\nu) \propto \tilde{u}^*(\nu).$$

Das SNR ist dann:

$$SNR_K = \frac{|\int \tilde{u}(\nu)|^2 d\nu|^2}{\tilde{R}_n \cdot \int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu} = \frac{\int |\tilde{u}(\nu)|^2 d\nu}{\tilde{R}_n} \stackrel{(\Delta\nu=1)}{=} \frac{\overline{|\tilde{u}(\nu)|^2}}{\tilde{R}_n}.$$

Im inkohärenten Fall ist die Intensität im Korrelationspeak ($x=0$) die Faltung der Eingangsintensität $I(x)=|u(x)|^2$ mit dem inkohärenten Punktbild $F(x)$ (ohne Rauschen):

$$I_S = (|u|^2 \star F)(0) = (I \star F)(0) = \int \tilde{I}(\nu) \tilde{F}(\nu) d\nu.$$

Zur Bestimmung des Rauschterms gehen wir wieder von einem Eingangsobjekt aus, das nur aus Rauschen $N(x)=|n(x)|^2$ besteht. Die Ausgangsintensität in $x=0$ ist dann:

$$I_N(0) = (|n|^2 \star F)(0) = (N \star F)(0).$$

Das Quadrat der Standardabweichung ist wieder:

$$\sigma_N^2 = \langle |I_N(0) - \langle I_N(0) \rangle|^2 \rangle = \langle |I_N(0)|^2 \rangle - \langle I_N(0) \rangle^2.$$

Dabei ist

$$\langle I_N(0) \rangle = \int \langle N(x) \rangle \cdot F(x) dx = \langle N \rangle \cdot \int F(x) dx \quad \text{und}$$

$$\begin{aligned} \langle |I_N(0)|^2 \rangle &= \iint \langle |n(x)|^2 |n(x')|^2 \rangle F(x) F^*(x') dx dx' = \\ &= \underbrace{| \langle |n|^2 \rangle |^2 }_{(GA.11)} + \tilde{R}_n^2 \delta^2(x-x') \\ &= | \langle N \rangle |^2 \cdot \int |F(x)|^2 dx + \tilde{R}_n^2 \cdot \int |F(x)|^2 dx. \end{aligned}$$

Damit ist

$$\tilde{\epsilon}_N^2 = \langle |I_N(0)|^2 \rangle - | \langle I_N(0) \rangle |^2 = \tilde{R}_n^2 \cdot \int |F(x)|^2 dx = \tilde{R}_n^2 \cdot \int |\tilde{F}(\nu)|^2 d\nu.$$

Das SNR ist also:

$$SNR_{ink} = \frac{I_s}{\tilde{\epsilon}_N} = \frac{\int \tilde{I}(\nu) \tilde{F}(\nu) d\nu}{\tilde{R}_n \cdot [\int |\tilde{F}(\nu)|^2 d\nu]^{1/2}}.$$

Wird das SNR quadriert, so erhält man ein ähnliches Ergebnis in $\tilde{I}(\nu)$ und $\tilde{F}(\nu)$ wie im kohärenten Fall in $\tilde{U}(\nu)$ und $\tilde{P}_f(\nu)$. Nach dem gleichen Argument wie im kohärenten Fall wird SNR_{ink} maximal, wenn gilt:

$$\tilde{F}(\nu) \propto \tilde{I}^*(\nu).$$

Das SNR ist dann:

$$SNR_{ink} = \frac{\int |\tilde{I}(\nu)|^2 d\nu}{\tilde{R}_n [\int |\tilde{I}(\nu)|^2 d\nu]^{1/2}} = \frac{[\int |\tilde{I}(\nu)|^2 d\nu]^{1/2}}{\tilde{R}_n} \stackrel{(\Delta\nu=1)}{=} \frac{[\int |\tilde{I}(\nu)|^2]^{1/2}}{\tilde{R}_n}.$$

AII. Kurze Einführung in die verwendeten mathematischen Hilfsmittel

AII.1. Fouriertransformation

Die Fouriertransformierte $\tilde{u}(\nu)$ einer beschränkten, stückweise stetigen und monotonen Funktion $u(x)$ ist definiert als:

$$Fou\{u(x)\} = \tilde{u}(\nu) = u(x) \cdot \int e^{-2\pi i \nu x} dx.$$

Analog ist die Fouriertransformierte $\tilde{v}(\nu, \mu)$ einer zweidimensionalen Funktion $v(x, y)$ definiert als:

$$\text{Fou}\{v(x, y)\} = \tilde{v}(\nu, \mu) = \iint_{-\infty}^{\infty} v(x, y) \cdot e^{-2\pi i(\nu x + \mu y)} dx dy.$$

Durch Rücktransformation kann man aus $\tilde{u}(\nu)$ bzw. $\tilde{v}(\nu, \mu)$ die ursprüngliche Funktion $u(x)$ bzw. $v(x, y)$ gewinnen:

$$u(x) = \text{Fou}^{-1}\{\tilde{u}(\nu)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}(\nu) \cdot e^{2\pi i \nu x} d\nu \quad \text{bzw.}$$

$$v(x, y) = \text{Fou}^{-1}\{\tilde{v}(\nu, \mu)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{v}(\nu, \mu) \cdot e^{2\pi i(\nu x + \mu y)} d\nu d\mu.$$

Die Fouriertransformierten einiger häufig vorkommenden Funktionen sind in Tabelle 5 aufgeführt.

$u(x)$	$\text{rect}(x)$	$\delta(x)$	$\text{comb}(x/d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nd)$
$\tilde{u}(\nu)$	$\text{sinc}(\nu) = \sin(\pi\nu) / (\pi\nu)$	1	$\text{comb}(\nu d) / d = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - m/d) / d$

Tabelle 5: Fouriertransformierte $\tilde{u}(\nu)$ einiger Funktionen $u(x)$

Für die Fouriertransformation gelten verschiedene Theoreme.

Im folgenden seien $u_1(x)$ und $u_2(x)$ Funktionen, $\tilde{u}_1(\nu)$ und $\tilde{u}_2(\nu)$ ihre Fouriertransformierten, α und β Konstanten. Dann gilt:

1. Linearität:

$$\text{Fou}\{\alpha \cdot u_1(x) + \beta \cdot u_2(x)\} = \alpha \cdot \tilde{u}_1(\nu) + \beta \cdot \tilde{u}_2(\nu).$$

2. Ähnlichkeit:

$$\text{Fou}\{u_1(\alpha \cdot x)\} = 1/\alpha \cdot \tilde{u}_1(\nu/\alpha).$$

3. Shift-Theorem:

$$\text{Fou}\{u_1(x - \alpha)\} = \tilde{u}_1(\nu) \cdot e^{-2\pi i \nu \alpha}.$$

4. Parseval- oder Plancherel-Theorem:

$$\int |u_1(x)|^2 dx = \int |\tilde{u}_1(\nu)|^2 d\nu.$$

5. Faltungstheorem:

$$\text{Fou}\{u_1(x) * u_2(x)\} = \tilde{u}_1(\nu) \cdot \tilde{u}_2(\nu).$$

Ein Spezialfall des Faltungstheorems ist das Autokorrelationstheorem:

$$\text{Fou}\{(u_1 \otimes u_1)(x)\} = |\tilde{u}_1(\nu)|^2.$$

III.2. Fourieroptik (Good-68)

III.2.a) Lichtausbreitung durch Kugelwellen

Nach Kirchhoff kann man die Lichtausbreitung im leeren Raum durch Kugelwellen beschreiben (Fig. A5).

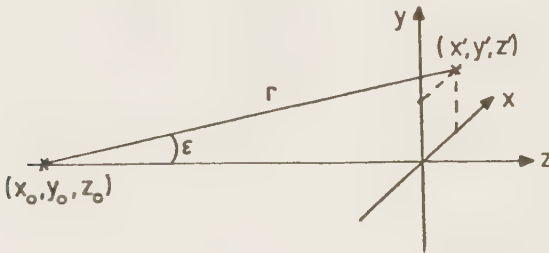


Fig. A5: Zur Ausbreitung von Lichtwellen,
 (x_0, y_0, z_0) Lichtquellenpunkt,
 (x', y', z') Beobachtungspunkt

Geht von einem Punkt (x_0, y_0, z_0) eine Kugelwelle aus, so ist in (x', y', z') die Lichtamplitude proportional zu $\cos(\varepsilon) \cdot e^{i(kr - \omega t)} / r$. Der zeitabhängige Faktor $e^{-i\omega t}$ wird im folgenden weggelassen. Ist $\cos(\varepsilon) \approx 1$ ($\varepsilon \leq 20^\circ$) und $(z' - z_0)^2 \gg x'^2 + y'^2$, so kann man die Kugelwelle annähern durch:

$$\text{const.}(z) \cdot e^{\frac{i\pi}{\lambda z} [(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2]} \quad \text{mit } k = 2\pi/\lambda. \quad (\text{GA.12})$$

Mit Hilfe dieser Funktion kann man die Lichtausbreitung in optischen Aufbauten berechnen. Dabei nimmt man an, daß von jedem Punkt (x_o, y_o) in der Eingangsebene $z=z_o$ eine Kugelwelle ausgeht; in einer Ebene $z=z'$ werden in jedem Punkt (x', y') die Beiträge der einzelnen Kugelwellen additiv überlagert.

AII.2.b) $2f_L$ -Aufbau zur optischen Fouriertransformation

Im Aufbau von Fig.A6 befindet sich im Abstand der Brennweite f_L vor der Linse ein Eingangsobjekt (Amplitudentransmission $u(x, y)$), das mit parallelem, monochromatischem, kohärentem Licht beleuchtet wird. Die Amplitudentransmission

der "dünnen" Linse ist $e^{-i\pi(x^2+y^2)/(\lambda f_L)}$. Im Abstand f_L hinter der Linse ("Fourierebene" mit Koordinaten x_F, y_F) erhält man mit (GA.12) die Fouriertransformierte $\tilde{u}(\nu, \mu)$ der Objekttransmission $u(x, y)$; dabei ist $\nu = x_F/(\lambda f_L)$ und $\mu = y_F/(\lambda f_L)$ (λ =Lichtwellenlänge):

$$\tilde{u}(x_F/(\lambda f_L), y_F/(\lambda f_L)) = \iint_{-\infty}^{\infty} u(x, y) \cdot e^{-2\pi i/(\lambda f_L) \cdot (xx_F + yy_F)} dx dy.$$

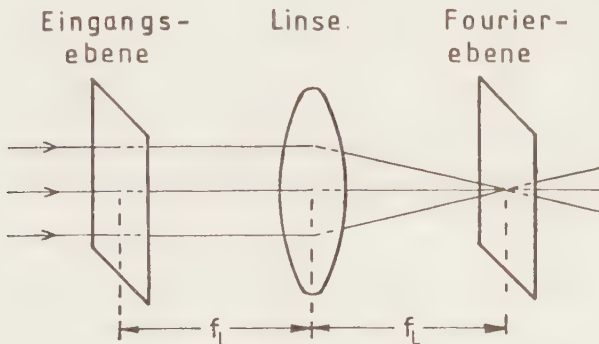


Fig. A6: $2f_L$ -Aufbau zur Fouriertransformation

AII.2.c) $4f_L$ -Aufbau zur spatialen Filterung

AII.2.c)(i) Kohärent

Im Aufbau von Fig.A7 wird ein Eingangsobjekt (Amplituden-
transmission $u(x,y)$) mit parallelem, monochromatischem,
kohärentem Licht beleuchtet.

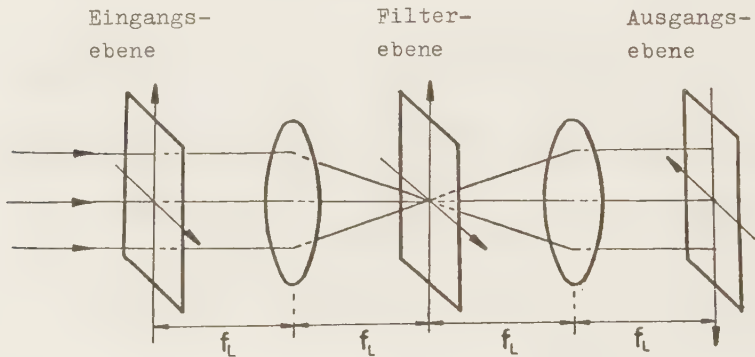


Fig. A7: $4f_L$ -Aufbau zur spatialen Filterung

Im Abstand f_L hinter der ersten Linse erhält man die Fourier-
transformierte $\tilde{u}(\nu, \mu)$. Ein Filter mit der Amplitudentrans-
mission $\tilde{p}_F(\nu, \mu)$ kann einzelne Ortsfrequenzanteile von $\tilde{u}(\nu, \mu)$
abschwächen bzw. ihre Phasenlage ändern. Die Lichtamplitu-
de hinter dem Filter $\tilde{u}(\nu, \mu) \cdot \tilde{p}_F(\nu, \mu)$ wird durch die zweite
Linse invers fouriertransformiert (Eingangs- und Ausgangs-
koordinaten sind hier entgegengesetzt gerichtet). Die Aus-
gangsamplitude ist also die Faltung:

$$v(x,y) = \text{Fou}^{-1} \left\{ \tilde{u}(\nu, \mu) \cdot \tilde{p}_F(\nu, \mu) \right\} = u(x,y) * p_F(x,y).$$

Dabei ist $p_F(x,y)$ die invers Fouriertransformierte von
 $\tilde{p}_F(\nu, \mu)$; $p_F(x,y)$ ist proportional zum "Punktbild" (Bild eines
Punktes $u(x,y) = \delta(x,y)$).

Die Ausgangsintensität ist also:

$$|v(x,y)|^2 = |u(x,y) * p_f(x,y)|^2.$$

III.2.c)(ii) Inkohärent

Bei räumlich inkohärenter, monochromatischer Beleuchtung sind die Phasen des Lichts an verschiedenen Punkten der Eingangsebene von Fig. A7 zu jedem Zeitpunkt statistisch unabhängig voneinander. Integriert man in der Ausgangsebene über einen langen Zeitraum T ($1/T \ll \omega$, wobei ω die Lichtfrequenz angibt), so erhält man die Ausgangsintensität:

$$V(x,y) = U(x,y) * P_f(x,y) = |u(x,y)|^2 * |p_f(x,y)|^2.$$

III.2.d) Orts-Bandbreite-Produkt und Sampling-Theorem

Gegeben sei eine stückweise stetige und monotone Funktion $u(x)$ mit der Fouriertransformierten $\tilde{u}(\nu)$. $u(x)$ sei beschränkt auf ein Intervall der Breite Δx ; $\tilde{u}(\nu)$ sei beschränkt auf ein Intervall der Breite $\Delta \nu$ ("Bandbreite"). Das Orts-Bandbreite-Produkt (OBP) ist dann das Produkt von Δx und $\Delta \nu$:

$$\text{OBP} = \Delta x \cdot \Delta \nu.$$

Die Bedeutung des OBP kann man durch das Sampling- oder Abtast-Theorem demonstrieren. $\tilde{u}(\nu)$ mit der Bandbreite $\Delta \nu$ läßt sich darstellen als:

$$\tilde{u}(\nu) = \left[\tilde{u}(\nu) * \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - m \Delta \nu) \right] \cdot \text{rect}(\nu / \Delta \nu).$$

Damit ist

$$\begin{aligned}
 u(x) &= u(x) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-n\Delta\nu) * \text{sinc}(x\Delta\nu) = \\
 &= \sum_n u(n\Delta\nu) \cdot \text{sinc}((x-n\Delta\nu)\Delta\nu) = \\
 &= \sum_n u(n\delta x) \cdot \text{sinc}((x-n\delta x)/\delta x). \quad (\text{GA.13})
 \end{aligned}$$

$u(x)$ läßt sich also innerhalb Δx aus endlich vielen Abtastwerten $u(n\delta x)$ genau rekonstruieren. Die Breite δx eines Abtastschrittes ist das Inverse der Bandbreite $\Delta\nu$: $\delta x=1/\Delta\nu$. Die Anzahl N der Abtastschritte ist gegeben durch das OBP:

$$N = \Delta x / \delta x = \Delta x \cdot \Delta\nu = \text{OBP}.$$

Analog läßt sich auch $\tilde{u}(\nu)$ aus endlich vielen Abtastwerten $\tilde{u}(n\delta\nu)$ darstellen, wobei die Breite $\delta\nu$ eines Abtastschrittes das Inverse von Δx ist: $\delta\nu=1/\Delta x$. Das OBP gibt also auch die Anzahl N' der Abtastschritte im Fourierbereich an:

$$N' = \Delta\nu / \delta\nu = \Delta\nu \cdot \Delta x = \text{OBP} = N.$$

Aus (GA.13) sieht man auch, daß die Voraussetzung "begrenzte Ortsbreite Δx und begrenzte Bandbreite $\Delta\nu$ " nur näherungsweise erfüllt sein kann. Für endliches $\Delta\nu$ wird $u(x)$ zusammengesetzt aus einer Summe unendlich ausgedehnter, linear unabhängiger sinc-Funktionen. Ist Δx endlich, so ist auch die Anzahl N der Summanden endlich; die entstehende Summe muß deshalb eine unendlich ausgedehnte Funktion $u(x)$ ergeben, was einem Widerspruch zur Annahme eines endlichen Ortsintervalls Δx darstellt. Genau betrachtet ist entweder Δx endlich und $\Delta\nu$ unendlich oder umgekehrt. Da aber die einzelnen sinc-Funktionen in (GA.13) nach außen stark gegen Null abfallen, kann man beide Funktionen $u(x)$ und $\tilde{u}(\nu)$ näherungsweise als endlich ausgehend betrachten.

Literatur-Verzeichnis

- Abr-Ste-72: M. Abramowitz, I. Stegun: Handbook of mathematical functions, Dover Publ., N.Y. 1972
- Ak-At-Le-80: R. P. Akins, R. A. Athale, S. H. Lee: Feedback in analog and digital optical image processing: a review, Opt. Eng. 19 (1980) 347
- And-Hun-77: H. C. Andrews, B. R. Hunt: Digital image restoration, Prentice-Hall, New Jersey 1977
- Bril-62: L. Brillouin: Science and information theory, Academic Press, N. Y. 1962
- Bro-Sem-76: I. Bronstein, K. Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Zürich 1976
- Bro-Loh-66: B. R. Brown, A. W. Lohmann: Complex spatial filtering with binary masks, Appl. Opt. 5(1966)967
- Caul-82: H. J. Caulfield: Role of the Horner efficiency in the optimization of spatial filters for optical pattern recognition, Appl. Opt. 21(1982)4391
- Däh-Lan-80: C. Dähne, F. Lanzl: A microscope focusing technique for a digital image analysing system, Optik 55(1980)437
- Dain-75: J. C. Dainty: Laser speckle and related phenomena, Springer, Heidelberg 1975
- Dall-75: W. J. Dalles: Digital computation of image complex amplitude from image- and diffraction-intensity: an alternative to holography, Optik 44(1975)45
- Dam-Klo-77: H. Dammann, E. Klotz: Coherent optical generation and inspection of two-dimensional periodic structures, Opt. Acta 24(1977)505
- Esto-69: D. Estournet: Etude statistique d'un signal d'image, Onde électrique 49-8(1969)848
- Fien-78: J. R. Fienup: Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform, Opt. Lett. 3(1978)27

- Gag-Ma-82: A. Gagalowicz, S. de Ma: Synthesis of natural textures, Proc. 6th International Conference on Pattern Recognition, München, 19.-22. Okt. 1982
- Gall-68: R. G. Gallager: Information theory and reliable communication, Wiley and Sons, N. Y. 1968
- Gerb-80: V. Gerbig: Our digital TV picture processing system for support of optical information processing methods, Jahresbericht 1980, Lehrstuhl für Angewandte Optik, Physikal. Institut, Universität Erlangen
- Ger-Sax-72: R. W. Gerchberg, W. O. Saxton: A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures, Optik 35(1972)237
- Göt-Kör-81: J. Götz, E. Körner: An application of a two-dimensional real-time electronic video filter, Jahresbericht 1981, Lehrstuhl für Angewandte Optik, Physikal. Institut, Universität Erlangen
- Göt-Jah-82: J. Götz, J. Jahns: An opto-electronical nonlinear component, Opt. Comm. 40(1982)325
- Götz-83: J. Götz: Optisch-elektronische Echtzeitverarbeitung von Videosignalen, Dissertation 1983, Technische Fakultät, Universität Erlangen
- Gold-65: L. I. Goldfisher: Autocorrelation function and power spectral density of Laser-produced speckle patterns, JOSA 55(1965)247
- Good-68: J. W. Goodman: Introduction to Fourier optics, Mc Graw Hill, N. Y. 1968
- Hara-79: R. M. Haralick: Statistical and structural approaches to texture, IEEE proc. 67 (1979)786
- Horn-82: J. L. Horner: Light utilization in optical correlators, Appl. Opt. 21(1982)4511
- Jab-Lee-75: D. P. Jablonski, S. H. Lee: A coherent optical feedback system for optical information processing, Appl. Phys. 8(1975)51

- Jule-62: B. Julesz: Visual pattern discrimination, IRE Trans. Inform. Theory, IT-8(1962)84
- Jule-73: B. Julesz: Inability of humans to discriminate between visual textures that agree in second order statistics, revisited, Perception, 2(1973)391
- Lae-Tsch-81: F. Laeri, T. Tschudi: Image processing and coherent feedback with a modified confocal resonator, Opt. Comm. 36(1981)265
- Lei-Upa-64: E. N. Leith, J. Upatnieks: Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects, JOSA 54(1964)1295
- Lev-Sta-83: A. Levi, H. Stark: Signal restoration from phase by projections onto convex sets, JOSA 73(1983)810
- Loh-Par-67: A. W. Lohmann, D. P. Paris: Binary Fraunhofer holograms, generated by computer, Appl. Opt. 6 (1967)1739
- Loh-Wer-67: A. W. Lohmann, H. W. Werlich: Holographic production of spatial filters for code translation and for image restoration, Phys. Lett. 25A(1967)570
- Lohm-68: A. W. Lohmann: Matched filtering with self-luminous objects, Appl. Opt. 7(1968)561
- Loh-Thu-83a: A. W. Lohmann, Ch. Thum: Histograms of image sequence spectra, in "Image sequence processing and dynamic scene analysis" (Ed. T.S. Huang), NATO ASI Series, Springer, Heidelberg 1983
- Loh-Thu-83b: A. W. Lohmann, Ch. Thum: Two-way code translation by computer-generated holographic filters, Opt. Comm. 46(1983)74
- Lohm-77: A. W. Lohmann: Suggestions for hybrid image processing, Opt. Comm. 22(1977)165
- Mait-77: H. Maitre: Propriétés fondamentales des signaux d'image, Colloque National sur le Traitement du Signal et ses applications, Nice, 26.4.1977, 34/1

- Mai-Fau-78: H. Maitre, B. Faust: The nonstationary modelisation of images: statistical properties to be verified, NATO/ASI Congress on Pattern Recognition, Paris, May 1978
- Musm-79: H. G. Musmann: Predictive coding, in "Image Transmission Techniques" (Ed. W. K. Pratt), Academic Press, N. Y. 1979
- Net-Lim-80: A. N. Netravali, J. O. Limb: Picture coding: a review, IEEE Trans. Commun. 68(1980)366
- Opp-Lim-81: A. V. Oppenheim, J. S. Lim: The importance of phase in signals, IEEE Proc. 69(1981)529
- Papo-65: A. Papoulis: Probability, random variables, and stochastic processes, Mc Graw Hill 1965
- Pr-Fa-Ga-81: W. K. Pratt, O. D. Faugeras, A. Gagalowicz: Applications of stochastic texture field models to image processing, IEEE Proc. 69(1981)542
- Prat-78: W. K. Pratt: Digital image processing, Wiley and Sons, N. Y. 1978
- Rauc-81: H. Rauch: Ein Intraframe-Multiplex-Datenreduktionsverfahren mit blockweiser Prioritätszuteilung, Dissertation 1981, Technische Fakultät, Universität Erlangen
- Reed-62: I. S. Reed: On a moment theorem for complex Gaussian processes, IRE Trans. Inform. Theory, IT-8(1962)194
- Sa-St-Ta-81: A. A. Sawchuk, T. C. Strand, A. R. Tanguay Jr.: Nonlinear real-time optical signal processing, Report 1020 of the Image Processing Institute, University of Southern California, 1981
- Schr-56: W. F. Schreiber: The measurement of third order probability distributions of TV signals, IRE Trans. Inform. Theory, IT-2(1956)94

- Teag-80: M. R. Teague: Image analysis via the general theory of moments, JOSA 70(1980)920
- Thom-69: J. B. Thomas: Statistical communication theory, Wiley and Sons, N. Y. 1969
- Thum-83a: Ch. Thum: Hybrid measurements of image histograms, with an application to texture discrimination, wird in Opt. Acta veröffentlicht
Ch. Thum: Measurement of the entropy of an image, with application to image focusing, wird in Opt. Acta veröffentlicht
- Thum-83b: Ch. Thum: Fourier amplitude and Fourier phase in image sequences,
Opt. Comm. 47(1983)31
- Vand-64: A. B. Vander Lugt: Signal detection by complex spatial filtering, IEEE trans. IT-10(1964)139

Mathematische Bezeichnungen und Symbole

$u_1(x) \approx u_2(x)$	$u_1(x)$ ist ungefähr gleich $u_2(x)$
$u_1(x) \propto u_2(x)$	$u_1(x)$ ist proportional zu $u_2(x)$
$u^*(x)$	komplex Konjugiertes von $u(x)$
$\langle u(x) \rangle$	Schmitttelwert der Zufallsvariablen $u(x)$
$\overline{u(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} u(x) dx$	Ortsmitttelwert von $u(x)$
$\tilde{u}(\nu) = \text{Fou}\{u(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \cdot e^{-2\pi i \nu x} dx$	Fouriertransformierte von $u(x)$
$u_1(x) * u_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x') \cdot u_2(x-x') dx'$	Faltung (Konvolution) von $u_1(x)$ mit $u_2(x)$
$u_1(x) \otimes u_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x') \cdot u_2^*(x'+x) dx'$	Korrelation von $u_1(x)$ und $u_2(x)$
$AC\{u(x)\}$	Autokorrelation von $u(x)$

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Angestellte am Lehrstuhl für Angewandte Optik der Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Professor Dr. A. W. Lohmann möchte ich dafür danken, daß er mir dieses interessante und vielseitige Thema überließ und mir bei der Ausführung wertvolle Anregungen gab.

Danken möchte ich auch unserem "Rechner-Team", namentlich den Herren G. Baier, K.-D. Förster und N. Streibl, die für den möglichst reibungslosen Betrieb unserer Rechenanlage sorgten. So konnten die in dieser Arbeit gezeigten digitalen Berechnungen und Simulationen in nicht allzu langer Zeit durchgeführt werden.

Ebenfalls danken möchte ich Herrn Dr. J. Götz, der mir dabei half, die von ihm gebauten elektronischen Komponenten für meine speziellen Zwecke einzusetzen. Danken möchte ich auch Herrn Dr. H. O. Bartelt, mit dem zusammen ich die optischen Experimente zur Textursynthese durchführte.

Lebenslauf

23. Juni 1955	geboren in Nürnberg als Tochter des Elektroingenieurs Dr. Egon Thum und dessen Ehefrau Pia, geb. Schmid
ab Sept. 1961	Besuch der Volksschule in Nürnberg
ab Sept. 1965	Besuch des Sigena-Gymnasiums in Nürnberg
Juni 1974	Abitur
ab Okt. 1974	Studium der Physik an der Friedrich- Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
Febr. 1980	Diplomprüfung in Physik
seit April 1980	wissenschaftliche Angestellte am Lehrstuhl für Angewandte Optik im Physikalischen Institut der Universität Erlangen-Nürnberg

Copy-Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197